Matthias Gablers

der Gottesgelehrtheit und Weltweisheit Doktors, Sr. churfürstl. Durchleucht in Baiern wirklichen Rathes, öffentlichen und ordentlichen Lehrers in der philos. Facultät zu Ingolstadt, in dem churfürstl. albertinischen Kollegium Präfects der Studien, und der deutschen Gesellschaft der Wissenschaften in Jena Mitgliedes

Naturlehre.

Zum Gebrauch
öffentlicher Erklärungen.

Zweyter Theil.

Von den Gesetzen der Bewegung und des Gleichgewichtes.

München,
bey Joseph Aloys von Crätz.
1778.

Zweyter Theil.

Von den Gesetzen der Bewegung, und des Gleichgewichtes.

§. 133.

Ein richtiger Beobachtungsgeist hat in den Wirkungen der Körper eine Art von **Gleichförmigkeit** aufgedeckt. Diese allgemeine Gleichförmigkeit in Wirkungen macht die **allgemeinen Körpergesetze** aus. 2.) Einige dieser Gesetze betreffen die **Bewegung**, andere das **Gleichgewicht** der festen, **wieder andere die Bewegung und den Druck der flüßigen Körper**. 3.) Ich werde also zuerst von der **Bewegung**, hernach vom **Gleichgewichte** der festen Körper, und endlich **von der Bewegung und dem Drucke der flüßigen Körper** die allgemeinen **Körpergesetze** aufsuchen.

I. Kapitel.

Von der Bewegung.

Die Gesetze der Bewegung überhaupt.

§. 134.

Der Raum, den der bewegte Körper durchläuft, läßt sich füglich durch eine Linie ausdrücken. Denn in der Bewegung eines Körpers kann man alle seine Theile in einem Punkte vereinigt denken, der eine Linie formirt, und den Weg bezeichnet, welchen der Körper in der Bewegung zurücke legt. 2.) **Das Verhältniß zwischen Raum und Zeit** ist eben das, was wir **Geschwindigkeit** heißen.

§. 135.

I. Gesetz. Die einmal angefangene Bewegung wird mit der nämlichen Geschwindigkeit, und nach der nämlichen Richtung fortgesetzt, so lange von außen keine neue Wirkung auf den bewegten Körper geschieht. Denn die Elemente des Körpers haben die **Kraft** sich nach diesen Gesetzen zu bewegen (§. 27.); mithin muß auch die **Bewegung** nach diesen Gesetzen geschehen. Wirkt aber eine **neue Kraft** auf den Kör-

per,

per, muß eine **Aenderung** vorgehen. Die **Ursache** dieser Aenderung liegt abermal in den Kräften der Körper: und eben darum

II. Gesetz. Muß die Aenderung, die aus dieser Wirkung entsteht, dieser Wirkung proportionirt seyn. Ansonst würde die hinlängliche Ursache ohne Wirkung, oder diese ohne ihrer hinlänglichen Ursache seyn.

III. Gesetz. Die Wirkung und Gegenwirkung ist allemal gleich. Die Wirkung der Körper **entsteht** aus den Kräften der Elemente (§. 5. 6.), und ist mit den **Abständen** im Verhältnisse (§. 11. 17. 126. 132.); weil nun die Abstände in zween Körpern gleich sind; muß auch die Wirkung zweer Körper, das ist, jede **Wirkung** und **Gegenwirkung** gleich seyn.

* Dieses Gesetz, und andere in dieser Materie vorkommende Sätze werden in den öffentlichen Vorlesungen auch durch Versuche, Beobachtungen, und zerschiedene Beyspiele erkläret.

Gesetze der einfachen gleichförmigen Bewegung.

§. 136.

In der gleichförmigen Bewegung muß die Geschwindigkeit zweener Körper allemal mit dem Produkte aus dem Raum und verkehrt aus der Zeit proportional seyn (§. 134. n. 2.). $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}$; mithin ist $C = \frac{S}{T}$. $S = CT$. $T = \frac{S}{C}$.

wenn aber $S = s$; $C : c = \frac{1}{T} : \frac{1}{t}$.

$T = t$; $C : c = S : s$

$\frac{S}{T} = \frac{s}{t}$; $C = c$.

I. Der Raum, den der Körper durchläuft, kann schicklich durch ein Parallelogram ausgedrückt werden, dessen Seite durch Zeit und Geschwindigkeit gestaltet werden. Denn es ist $S = CT$.

II. Die Geschwindigkeit in der gleichförmigen Bewegung ist auch mit dem anziehenden, oder zurücktreibenden Kräften in Proportion. Denn die Kräften sind der hinreichende Grund von dem Daseyn der Geschwindigkeit (§. 25.), mithin ist $C : c = \frac{VS}{T} : \frac{vs}{t}$.

$C : c = VSt : vsT$.

$CvsT = cVSt$.

Gesetze der einförmig beschleunigten, und einförmig abnehmenden Bewegung.

§. 137.

I. Hauptsatz. In der einförmig beschleunigten Bewegung wächst die Geschwindigkeit, wie die Zeit, $C = T$. sie wächst; denn sonst könnte nimmer eine Beschleunigung gedacht werden. Sie wächst wie die Zeit, sonst könnte die Beschleunigung unmöglich einförmig seyn.

* Der

* Der Beweis ist so richtig, als der Begrif von einer einförmig beschleunigten Bewegung vollständig ist (§. 26.).

§. 138.

II. Hauptsatz. In einer einförmig beschleunigten Bewegung läßt sich der Raum durch einen rechtwinklichten Triangl (Fig. I.) ausdrücken, dessen Höhe = AB der Zeit = T, und die Geschwindigkeit = C, welche am Ende der angegebenen Zeit erhalten wird, der Grundlinie BC gleich ist. Weil sich die Bewegung in A anfängt, und hernach durch die ganze Höhe = AB gleichförmig beschleunigt wird, muß die Geschwindigkeit = BC anfangs unendlich klein seyn, und hernach immer mit der Höhe in gleicher Proportion wachsen. Hat dieses Verhältniß seine Richtigkeit, so muß aus der Zeit und immer zunehmenden Geschwindigkeit das △ ABC entstehen. Weil nun der Raum dem Produkte aus Zeit und Geschwindigkeit gleich ist, S = CT (§. 136.) und CT in gegebenem Falle das △ ABC ausmacht, kann auch der Raum durch das △ ABC füglich ausgedruckt werden.

* In der gleichförmigen Bewegung formirt das Produkt aus Zeit und Geschwindigkeit ein Parallelogram ABCm, und in der beschleunigten Bewegung das Dreyeck ABC.

I. Das Dreyeck ist die **Helfte** eines Parallelograms, wenn die Höhen, und Grundlinien gleich sind. Mithin muß in der gleichförmigen Bewegung der durchgelaufene Raum noch einmal so groß als in der gleichförmig beschleunigen Bewegung

nig-

nigten seyn; wenn man der gleichförmigen Bewegung die endliche Geschwindigkeit der gleichförmig beschleunigten zugiebt.

Weil also in der gleichförmigen Bewegung $S = CT$ ist, so wird, wenn die endliche Geschwindigkeit in der einförmig beschleunigten bewegung $= C$ ist, der Raum $S = \frac{CT}{2}$ seyn.

II. **Diese Folge ist allgemein.** Denn der nämliche Schluß paßt auf jede gleichförmige Bewegung einer bestimmten Zeit.

III. Mithin wird der **Raum**, den der einförmig beschleunigte Körper im zweyten und dem vorigen gleichen Zeitchen (tempusculo) durchläuft, $= 3$, und im dritten $= 5$ seyn. Denn der Körper wird im zweyten Zeitchen theils mit der bis itzt **erhaltenen** Geschwindigkeit fortbewegt, theils aber erhält er einen **neuen** Zuwachs von Geschwindigkeit, wie jener im erstem Zeitchen war, u. s. w.

* Die Figur macht die Sache deutlicher. AB ist $= BD = DE$; denn diese Linien drücken gleiche Zeiten aus. Das Dreyeck ABC formirt die Idee vom Raume im ersten Zeitchen, das Trapetzium BCDF vom Raume im zweyten Zeitchen, und das Trapetzium DEFG vom Raume im dritten Zeitchen. Nun aber enthält das letzte Trapetzium 5 Dreyecke, und das zweyte 3 Dreyecke, die alle unter sich, und dem $\triangle$ ABC gleich sind. Mithin wie die **Dreyecke**, also stehen auch die **Räume** im arithmetischen Verhältnisse $= 1.3.5.$ u. s. w.

IV. Dieß gilt nur von den Räumen **einzeln** betrachtet. Denn **zusammengesetzt** sind die Räume, wie die Quadrate der Zeiten. So ist $1 + 3 = 4 =$ dem Quadrate von 2 rc.

Tabell.

Tabell.

Zeiten.	Quadrate der Zeiten.
1 = = =	= = = 1
2 = = =	= = = 4
3 = = =	= = = 9
4 = = =	= = = 16
5 = = =	= = = 25

Räume in einzelnen Zeiten.	Räume zusammen genommen.
1 = = =	= = = 1
3 = = =	= = = 4
5 = = =	= = = 9
7 = = =	= = = 16
9 = = =	= = = 25

§. 139.

Jene Kraft, welche der ersten Geschwindigkeit immer neue Zusätze verschaft, nenne ich die **Beschleunigungskraft.**

So eine Beschleunigungskraft ist die **zurücktreibende**, welche sich auf einen **theilbaren** Abstand erstreckt (§. 10. 11.), die **anziehende** in den für unsere Sinne noch **unmerkbaren** Abständen (§. 17.) und endlich die **schwere** (§. 128. 130. 132.).

II. **Eine mit vollkommener Einförmigkeit durch diese Kräften beschleunigte Bewegung ist für sich unmöglich.** Denn die zurücktreibenden (§. 11. I. II. III. IV.), und die anziehenden Kräften sowohl in den kleinern (§. 17.), als größern Abständen (§§. 126. 132.) sind sehr **verschieden**, und können unmöglich der Grund einer **nicht verschiedenen** Geschwindigkeit seyn.

III. Die beschleunigte Bewegung der Körper auf unser Erdefläche ist so ziemlich einförmig. Denn die Verschiedenheit der Abstände, und ihrer Quadrate im Vergleiche mit dem Durchmesser der ganzen Erdekugel ist nicht sonderbar merklich. Eben dieß gilt von den Körpern anderer Planeten im ähnlichen Falle.

§. 140.

III. Hauptsatz. In der einförmig beschleunigten Bewegung sind die Räume zusammen genommen wie das Produkt aus dem Quadrate der Zeiten, und den Beschleunigungskräften = V. Denn wenn die Beschleunigungsgewalt verschieden ist; muß schon die erste Geschwindigkeit, und jeder Zuwachs verschieden und der Beschleunigungskraft angemessen seyn. Der Raum also, so (§. 138. IV.) mit dem Quadrate der Zeiten im Verhältnisse steht, bleibt auch der Beschleunigungskraft proportional, und ist überhaupt $S = VT^2$.

Aus dieser Gleichung entstehen folgende allgemeine Sätze, als so viele Abdrücke der Körpergesetzen.

I. $V = \frac{S}{T^2}$, und

$$T = \sqrt{\frac{S}{V}}.$$

Aus der vorigen Formel (§. 138. I.) ist

$$S = \frac{CT}{2}:$$

mithin $C = \frac{2S}{T}$, und

$$T = \frac{2S}{C}.$$

II. Wenn

II. Wenn $S = VT^2 = \frac{CT}{2}$;

ist $VT^2 = \frac{CT}{2}$,

und $C = 2VT$.

III. Weil auch $T = \sqrt{\frac{S}{V}}$ (I.)

$= \frac{2S}{C}$; so ist

$$\frac{2S}{C} = \sqrt{\frac{S}{V}},$$

und $C = 2\sqrt{VS}$.

* Aus diesen lassen sich sehr viele Aufgaben über die Zeit und den Raum der mit einförmiger Beschleunigung bewegten Körper ohne Mühe auflösen. Und diese Anwendung würde allemal die nützlichste Materie zu privaten Uebungen und öffentlichen Vorlesungen abgeben.

§. 141.

IV. Hauptsatz. Wenn ein Körper in so einer Richtung bewegt wird, die in einer geraden Linie der Beschleunigungskraft entgegen wirkt, muß die Bewegung immer abnehmen. Diese Grundwahrheit ist ein unmittelbarer Folgesatz aus der Natur der Gegenwirkungen verschiedener Kräften (§. 28.).

I. Wenn die beschleunigende Kraft immer die nämliche bleibt, wird das Abnehmen der Bewegung einförmig seyn.

II. Mithin würden die Räume in der arithmetischen Proportion abnehmen = 5 . 3 . 1 . und zusammengesetzt wie die Quadrate der Zeiten — 9 . 4 . 1.

III.

III. Eben darum verhält sich in einförmig abnehmender Bewegung das **Abnehmen der Geschwindigkeit**, wie ihr **Anwachs** in einförmig beschleunigter Bewegung.

* Wenn (Fig. I.) das Dreyeck AEG mit dem Zusatze des △ ALG zum Parallelogram gemacht wird, wird das △ AEG alle Grundregeln für die einförmig beschleunigte, und das △ AGL alle Sätze für die einförmig abnehmende Bewegung vorstellig und begreiflich machen.

* * Aus diesem fließt von selbst wieder die Auflösung etlicher Aufgaben über die Höhe, den Raum, und die Zeit der in einförmig abnehmender Bewegung aufsteigenden Körper; wenn man das Hinderniß flüßiger Mittelmaterien weg rechnet.

Von der zusammen gesetzten Bewegung.

§. 142.

Wenn mehrere Kräften in der nämlichen Richtung, oder sich einander in gerader Linie entgegen wirken, kann unmöglich eine zusammengesetzte Bewegung entstehen.

* Dieser Satz ist ein Axiom, das von der Erklärung der zusammengesetzten Bewegung (§. 29.) nur im Ausdrucke unterschieden ist.

§. 143.

I. Hauptsatz. Wirken mehrere Kräften auf einen Körper nach Richtungen, die

nicht

nicht in gerader Linie entgegen liegen, entstehet allemal eine zusammengesetzte Bewegung. 2.) Die Richtung dieser Bewegnng wird durch die Diagonal eines Parallelograms ausgedrückt, welches die Kräften formiren. 3.) Die Geschwindigkeit des Körpers verhält sich zu jener Geschwindigkeit, die aus einer einzelnen Kraft entstünde, wie die Diagonal zu jener Linie, welche die einzelne Kraft ausdrückt. Diese 3 Sätze sind (§. 30.) von den Elementen richtig bewiesen worden. Mithin behalten sie ihre Gültigkeit auch in den Körpern, die keiner Aenderung, Geschwindigkeit, Richtung, und Bewegung fähig sind, als in den Elementen, und durch die Elemente.

I. Die Summe der beeden Seiten in einem Parallelogram ist allemal größer, als die Diagonal; mithin ist die Geschwindigkeit in einer zusammengesetzten Bewegung kleiner, als jene, die aus einzelnen Kräften zusammen gerechnet entstünde, wenn ihre Wirkung nach der nämlichen Richtung abzweckte.

II. Der Körper in der zusammengesetzten Bewegung macht zwar den einfachsten Weg; denn er durchläuft die Diagonal. Aber dennoch durchläuft er nach jeder Richtung den Raum, welchen er durch jede einzelne Kraft allein in gleicher Zeit würde gemacht haben.

III. Ist aber die Bewegung vollkommen die nämliche, muß auch die Wirkung

auf

auf den in jeder Richtung entgegen stehenden Körper die nämliche seyn.

IV. Die Geschwindigkeit in der zusammengesetzten Bewegung wird allemal desto kleiner seyn, je größer der Winkel ist, unter dem die Kräften nach verschiedenen Richtungen zusammen stimmen. Denn die Geschwindigkeit gleicht der Diagonal, und der kleinste Winkel giebt allemal dir gröẞeste Diagonal.

* Die Ursache davon ist offenbar. Wenn der Winkel x kleiner ist, wird der Winkel y größer seyn, dem die Diagonal entgegen liegt. Nun aber dem gröẞesten Winkel ist allemal die gröẞeste Seite entgegen gesetzt.

V. Die zusammengesetzte Bewegung muß in der nämlichen Fläche geschehen, in welcher die Kräften wirken. Denn die Diagonal und die Seiten des Parallelograms liegen in der nämlichen Ebne.

VI. Die zusammengesetzte Bewegung wird geradlinicht, wenn

a) Die Geschwindigkeit nach jeder Richtung die nämliche ist,

b) oder aber nach der einen Richtung in der Proportion wächst oder abnimmt, in der sie nach der andern abnimmt oder wächst.

VII. Wenn aber die Geschwindigkeit nach jeder Richtung oder nicht die nämliche bleibt, oder nicht im gleichen Verhältnisse wechselweis ab und zunimmt, entsteht eine krummlinichte zusammengesetzte Bewegung.

§. 144.

§. 144.

Besondere Folgesätze aus dem I. Hauptsatze.

I. Jede Bewegung kann als zusammengesetzt betrachtet werden. Denn ich kann jede gerade Linie als die Diagonal eines Parallelograms ansehen.

II. Wenn also ein Körper auf eine Ebne schief auffällt, wird seine Wirkung eben die nämliche seyn, als wenn er durch die einte Kraft perpendiculär gegen die Ebne, und durch die andere Kraft in paralleler Richtung mit der Ebne bewegt würde. Denn jede Linie kann als eine Diagonal angesehen, und die Diagonal in zwo Linien aufgelößt werden, deren eine mit der Ebne parallel, die andere auf selbe perpendiculär steht.

III. Sowohl die senkrechte, als parallele Linie drückt eine Gewalt aus, die kleiner ist, als die schiefe.

§. 145.

II. Hauptsatz. Wenn ein Körper schief auf eine Ebne auffällt; ist seine Wirkung auf die Ebne perpendiculär, 2.) und verhält sich zur ganzen Gewalt, wie der Sinus des Winkels, unter dem er auffällt, zum Radius. 3.) Die Gewalt nach der parallelen Richtung ist zur schiefen, wie der Cosinus zum Radius. (Fig. II.) Es falle ein Körper auf die

Ebne

Ebene AB nach der Richtung DC und auch mit der Gewalt DC. Diese Linie ist die Diagonal von dem Parallelogram DACF. Mithin wird sie nach der Linie DA so bewegt, und wirkt auf die Ebne so, als wenn diese Richtung und Gewalt allein in dem Körper wäre (§. 143. II. III.). Ihre Wirkung muß also senkrecht seyn. Ferner geschieht alle Wirkung im Aufstossen durch die zurücktreibende Kraft (§. 5. II. §§. 9. 10.). Nun aber diese wirkt allemal senkrecht. 2.) DA drückt die senkrechte Kraft auf die Ebne = v und zugleich den Sinus des Winkels DCA aus; DC aber drückt die schiefe Gewalt = V und zugleich den Radius aus. Mithin

$$V : v = DC : DA$$
$$= \text{Radius} : \text{Sinus}$$

3.) AC drückt die parallele Kraft = u, und zugleich den Cosinus aus. Folglich ist

$$V : u = DC : AC$$
$$= \text{Radius} : \text{Cosinus}.$$

* Dieß Theorem verdient die ganze Aufmerksamkeit eines jungen Naturforschers wegen seiner Wichtigkeit in der Naturlehre.

Von der Bewegung über die schiefen Ebnen.

§. 146.

Eine schiefe Ebne (Planum inclinatum) heißt jede ebne Fläche, die mit der Horizontallinie einen spitzigen Winkel macht (Fig. III.). Die Linie AC wird die **Länge**, AB die **Höhe**, BC die **Grundlinie** der schiefen Ebne, der Winkel ACB der **Neigungswinkel** genennt. Mithin ist

ist AC = dem Radius = der Länge
AB = dem Sinus = der Hö
CB = Cosinus = der Grundlinie.

2.) Die Gewalt mit der ein Körper nach der senkrechten Richtung der Schwere wirkt, und die allemal seinem Gewichte gleich ist, wird die **ganze** Gewalt (absoluta vis) genennt; **respectiv** aber heißt jede, die kleiner ist als die absolute, hier aber bedeutet es diejenige Gewalt, mit welcher ein Körper über die geneigte Fläche hinfällt in einer Richtung, die mit dieser parallel ist; wenn ihn anders keine sonstige Gewalt aufhält.

I. Hauptsatz. Ein Körper der auf einer schiefen Ebne oder ruht, oder bewegt wird, drückt auf die Ebne mit einer Gewalt = P, die sich zur ganzen = V verhält; wie die Grundlinie = CB zur Länge AC, oder wie der Cosinus des Winkels C zum Radius = Cſ : R. Die ganze Gewalt ca ist die Diagonal von dem Parallelogram abcd, dessen Seite cb den Druck auf die Ebne anzeigt. Nun aber

cb : ca = BC : AC.

Denn das △ ABC ist dem △ abc ähnlich. Diese Aehnlichkeit erhellt daraus, weil ac die Richtung der Schwere ausdrückt, und auf BC senkrecht, mithin mit AB parallel: folglich der Winkel a = A ist, b und B aber rechte Winkel sind; nun ist

cb : ca = P : V; also ist auch

P : V = BC : AC

= Cſ : R.

§. 147.

II. Hauptsatz. Die respective Gewalt des Körpers auf eine geneigte Ebne = v ist zur ganzen = V, wie die Höhe zur Länge. v : V = A : L. Denn cd : ac = AB : AC. Nun aber cd ist die respective, und ac die absolute Gewalt. Es ist also

$$\text{I. } v = \frac{VA}{L} = \frac{V \cdot \text{Sin.}}{\text{Rad.}}.$$

II. Wenn ich die respective Gewalt von mehreren Körpern auf verschiedenen geneigten Flächen zusammen vergleiche, und sie durch W und w ausdrücke, bleibt

$$W : w = \frac{VA}{L} : \frac{va}{l}$$
$$= VAl : vaL.$$

III. Weil ferner V, die Schwere, die ganze Gewalt, in allen uns vorkommenden Fällen die nämliche ist,

$$W : w = \frac{A}{L} : \frac{a}{l}$$
$$= Al : aL$$
$$WaL = wAl.$$

IV. Wenn also a = A, so ist W : w = l : L.
und L = l, W : w = A : a.

§. 148.

III. Hauptsatz. Die Bewegung über eine schiefe Ebne ist einförmig beschleunigt. Denn sie unterscheidet sich von der senkrechten nur in der Bestimmung der respectiven Kraft, die statt der

abso-

absoluten wirkt. Mithin muß diese Bewegung eben so wie in der senkrechten (§§. 138. 139.) einförmig beschleuniget werden.

* Alle Gesetze also, die wir oben (§. 137. ꝛc.) entwickelt haben, passen auch auf die schiefen Ebnen.

I. Das Gesetz der Geschwindigkeit in der Bewegung über schiefe Ebnen. Sie verhält sich zur Geschwindigkeit in einer senkrechten Bewegung von gleicher Zeit, wie die Höhe zur Länge, das ist,

$c : C = A : L$, wenn c und C die Geschwindigkeit in beeden Bewegungen ausdrückt. Denn in der beschleunigten Bewegung ist

$$c : C = 2tv : 2TV \text{ (§. 140. II.)}.$$

weil im gegenwärtigen Falle $T = t$,

ist $c : C = v : V$.

nun aber (§. 147.) $v : V = A : L$,

mithin ist $c : C = A : L$.

II. Gesetz des Raumes. Auch der Raum, den der Körper in der Bewegung über eine schiefe Ebne macht, verhält sich zum Raum in der senkrechten gleichzeitigen Bewegung, wie die Höhe zur Länge. $s : S = A : L$.

Denn $s : S = vt^2 : VT^2$. (§. 140.). Nun aber $t = T$;

mithin $s : S = v : V$.

Weil nun $v : V = A : L$,

ist auch $s : S = A : L$.

* Praktische Beyspiele (Fig. IV.)

a) Wenn der Körper mit der respectiven Gewalt den Raum AB durchläuft; so wird er in gleicher Zeit mit der absoluten den Raum $= AC$ zurück legen.

(b Macht der Körper mit der respectiven Gewalt den Raum = AC, wird er mit der absoluten den Raum = AD durchlaufen.

c) Wird endlich der Körper durch die respective Gewalt von A bis E bewegt, kömmt er durch die absolute in gleicher Zeit von A bis B;

Denn alle △ ABE, ABC, ACD, sind rechtwinklicht, und haben den Winkel A oder C gemein: mithin sind sie ähnlich, und enthalten dem Grund zu folgenden Analogien

$$\left.\begin{array}{l} v : V = AB : AC \\ \quad\;\;\; = AC : AD \\ \quad\;\;\; = AE : AB \end{array}\right\} \text{im} \begin{array}{l} \text{ersten} \\ \text{zweyten Falle.} \\ \text{dritten} \end{array}$$

d) **Alle Sennen eines Zirkels werden in gleicher Zeit durchgelaufen.** Denn um jedes Dreyeck kann ein Zirkel beschrieben werden, und jeder Winkel der auf dem Diameter steht, ist ein rechter Winkel.

III. Gesetz. Die Zeit, in der die schiefe Länge durchgelaufen wird, verhält sich zur Zeit, in der ein Körper durch die Höhe der schiefen Ebne fällt, wie die Länge zur Höhe.

$$T : t = L : A, \text{ oder } t : T = A : L.$$

Denn in der einförmig beschleunigten Bewegung ist

$$t : T = \sqrt{\frac{S}{V}} : \sqrt{\frac{s}{v}} \quad (\text{§. 140. I.}).$$

nun aber ist in der senkrechten Bewegung

$$S = A$$
$$V = L$$

in der schiefen aber

$$S = L$$
$$V = A \quad (\text{II. Gesetz}).$$

Wenn

Wenn ich also diesen Ausdruck statt des vorigen setze, wird

$$t : T = \sqrt{\frac{A}{L}} : \sqrt{\frac{L}{A}}$$
$$= \sqrt{A^2} : \sqrt{L^2}$$
$$= A : L.$$

* Diese Gesetze (I. II. III.) enthalten alle Bestimmungen der einförmig beschleunigten Bewegung über schiefe Ebnen; in so weit diese mit der senkrechten verglichen wird. Nur haben wir noch die Bewegung auf Flächen von verschiedener Neigung mit der senkrechten zu vergleichen. Aber auch in dieser Sache giebt uns das obige Theorem (§. 148.) die natürlichsten

§. 149.

Folgesätze. I. Gesetz. Die Geschwindigkeit welche ein Körper auf schiefen Ebnen ungleicher Neigungen erhält, ist mit der Wurzel der Höhe im geraden Verhältnisse. $C : c = \sqrt{A} : \sqrt{a}$

$C : c = V : v.$ (§. 140.)

$S : s = L : l.$

ferner ist $C : c = 2\sqrt{VS} : 2\sqrt{vs}$ (§. 140. III.),

$V = \frac{A}{L}$ (§. 147. III.),

$S = L,$

mithin ist $C : c = 2\sqrt{\frac{AL}{L}} : 2\sqrt{\frac{al}{l}}$

$= 2\sqrt{A} : 2\sqrt{a}$

$= \sqrt{A} : \sqrt{a}$

* Wenn also die Höhe in verschiedenen Ebnen gleich ist, muß auch die Geschwindigkeit am Ende gleich seyn. b) Eben dieß gilt im Falle, wenn mehrere Ebnen von verschiedener Neigung zusammengesetzt sind. c) Daher wird in einem Zirkelbogen die nämliche Geschwindigkeit erhalten, welche durch die Sennen eben dieses Bogens erhalten würde.

II. Gesetz. Die Räume auf Flächen von verschiedener Neigung sind zu gleicher Zeit wie die Produkte aus der Höhe, und verkehrt aus der Länge. $S : s = \frac{A}{L} : \frac{a}{l}$

Denn $S : s = VT^2 : vt^2$. (§. 140.)

Weil $T = t$; $S : s = V : v$;

nun aber $V : v = \frac{A}{L} : \frac{a}{l}$ (§. 147. III.);

mithin ist $S : s = \frac{A}{L} : \frac{a}{l}$.

III. Die Zeiten im gegebenen Falle sind $= \frac{L}{\sqrt{A}} : \frac{l}{\sqrt{a}}$.

Denn in der einförmig beschleunigten Bewegung

ist $T : t = \sqrt{\frac{S}{V}} : \sqrt{\frac{s}{v}}$ (§. 140. I.):

nun $S : s = L : l$,

und $V : v = Al : aL$. (§. 147. III.)

mithin $T : t = \sqrt{\frac{L}{Al}} : \sqrt{\frac{l}{aL}} = \sqrt{aL^2} : \sqrt{Al^2}$.

Das ist $T : t = L . \sqrt{a} : l . \sqrt{A}$

$$= \frac{L}{\sqrt{A}} : \frac{l}{\sqrt{a}}.$$

Ist $L = l$, wird $T : t = \sqrt{a} : \sqrt{A}$

$a = A$, $T : t = L : l$ seyn.

§. 150.

§. 150.

Anwendung auf ähnliche Figuren.

Die Zeiten, in denen ihre Perimeter durchgelaufen werden, stehen mit den Wurzeln ähnlicher Seiten im Verhältnisse (F. V.), das ist $T : t = \sqrt{AB} : \sqrt{ab}$

$= \sqrt{BC} : \sqrt{bc}$

$= \sqrt{CD} : \sqrt{cd}$, wenn ich das Verhältniß von den Zeiten untersuche, in denen $AB + BC + CD$ und $ab + bc + cd$ durchgelaufen werden.

Denn $T : t = \sqrt{S} : \sqrt{s}$ (§. 138. IV.)

mithin ist $T : t = \sqrt{AB} : \sqrt{ab}$

$= \sqrt{BC} : \sqrt{bc}$

$= \sqrt{CD} : \sqrt{cd}$. folglich

I. $T : t = \sqrt{AB + BC + CD} : \sqrt{ab + bc + cd}$.

II. Die ähnliche Figuren sind durchaus wie die Quadrate ihrer Höhen, Diagonalen, und aller ähnlichen Ausmessungen. Mithin verhalten sich auch die Zeiten wie die Quadratwurzeln der ähnlichen Ausmessungen.

III. Alle Zirkelbögen, die mit der Horizontallinie gleiche Neigung haben, werden in Zeiten durchgelaufen, die den Durchmessern proportional sind,

$T : t = \sqrt{D^2} : \sqrt{d^2} = D : d$ $T : t = \sqrt{D} : \sqrt{d}$

$= \sqrt{R^2} : \sqrt{r^2} = R : r$ $= \sqrt{R} : \sqrt{r}$

denn unter allen Zirkeln herrscht Aehnlichkeit.

Ge=

Gesetze der krummlinichten Bewegung.

Von den Pendeln.

§. 151.

Körper, die durch einen Faden ꝛc. an einem unbeweglichen Punkte angeheftet sind, heißen **Pendeln.** **Einfache** wären jene, derer Gewicht in einem Punkte versammelt, und der Hangfaden ohne Schwere seyn würde. Im Gegentheile nennt man sie **zusammengesetzte.**

I. **In der Natur existirt kein einfaches Pendel.**

II. **Man kann dennoch ein einfaches Pendel annehmen,** um die Gesetze davon leichter und richtiger zu bestimmen.

III. **Wenn man ein einfaches Pendel denkt, muß man sich die ganze Körperschwere in einem Punkte versammelt vorstellen.**

IV. Den Punkt, in dem wir uns die Schwere versammelt vorstellen, können wir **Schwingunspunkt** (centrum oscillationum) heißen.

§. 152.

I. Hauptsatz. Wenn ein Pendel aus der Verticalrichtung mit gespannten Faden bewegt, und hernach frey gelassen wird, verhält sich die respective Kraft, mit der es bewegt wird, zur absoluten, wie der Sinus des Winkels, den die **Rich-**

tung

tung der ganzen Schwere mit dem gespannten und in der Einbildung verlängerten Faden macht, zum Radius (Fig. VI.). Es sey cd die ganze oder absolute; so wird ce = ad die respective Gewalt seyn, und v : V = ce : cd. Denn cd kann als zusammengesetzt und = ac + ce angesehen werden. ac muß also die Wirkung auf den Faden, und ce die Gewalt zur Bewegung ausdrucken. Eben dieß gilt, wenn wir ce als eine zusammengesetzte Bewegung, und als die Diagonal eines Parallelograms aus den Seiten cd + cf betrachten.

I. **Die respective Gewalt ändert sich in jedem Theile des Schwingbogens;** denn auch der Winkel, den die absolute mit der respectiven Gewalt formirt, ändert sich so lange, bis er in der Verticalrichtung vollkommen verschwindet.

II. **Diese Bewegung des Pendels muß beschleunigt werden.** Denn die respective Gewalt, ob sie gleich immer abnimmt, dauert doch bis in die Mitte, und giebt dadurch dem Körper immer einen Zusatz von Geschwindigkeit.

III. **Doch kann diese Beschleunigung nimmer einförmig seyn.** Denn die Grade der anwachsenden Geschwindigkeit werden immer kleiner.

IV. **Das Pendel schwingt sich auf der andern Seite in die nämliche Höhe.** Da es in die Verticalrichtung kömmt, hat es den größten Grad der Geschwindigkeit erhalten. Denn bis dahin ward die Bewegung beschleuniget. Es würde also mit der nämlichen Geschwindigkeit nach der Tangentiallinie fortgehen, wenn es nicht an dem Faden Hinderniß fände. Weil nun die Schwere im

Auf=

Aufschwingen wie im Herabschwingen gleich wirkt, muß im ersten Falle die Geschwindigkeit eben so abnehmen, wie sie im zweyten zugenommen hat.

V. **Der Weg, den das Pendel zeichnet, ist ein Zirkelbogen.** Denn er wird von dem äußersten Theile einer Linie beschrieben, die sich um einen unbeweglichen Punkt dreht.

§. 153.

So wie die ganze Bewegung des Pendels von c bis g **Schwingung** heißt, eben so nennt man die Summe der Momente, in denen die Bewegung vorgeht, die **Schwingungszeit.**

§. 154.

II. **Hauptsatz. Die Schwingungszeiten sind gleich, wenn die Schwingungsbögen ganz klein sind.** Denn die ganz kleinen Bögen kommen mit den Chorden übereins, und die Chorden werden in gleichen Zeiten durchgelaufen. (§. 148. II. d.).

§. 155.

III. **Hauptsatz. Wenn verschiedene Pendeln ähnliche Bögen durchlaufen, verhalten sich die Schwingungszeiten wie die Produkte aus der Wurzel der Länge und verkehrt aus der Wurzel der Schwere.** $T : t = \sqrt{\frac{L}{G}} : \sqrt{\frac{l}{g}}$. Die Zirkelbögen sind ähnliche Figuren; und bestehen aus schiefen unendlich kleinen Ebnen; nun

nun aber in den schiesen Ebnen ist

$T : t = \sqrt{\frac{S}{V}} : \sqrt{\frac{s}{v}}$ (§. 140. I.), und in den Zirkelbögen ist $S : s = R : r$

$= L : l$; wenn L die Länge,

ferners ist $G : g = V : v$; wenn G die Schwere ausdrückt.

mithin ist $T : t = \sqrt{\frac{L}{G}} : \sqrt{\frac{l}{g}}$.

I. Wenn also $G = g$; ist $T : t = \sqrt{L} : \sqrt{l}$.

II. Wenn aber $L = l$; $T : t = \sqrt{g} : \sqrt{G}$.

III. Die Anzahl der Schwingungen ist im verkehrten Verhältnisse mit den Schwingungszeiten, $N : n = t : T$.

Mithin $n : N = \sqrt{\frac{L}{G}} : \sqrt{\frac{l}{g}}$.

* Weil in verschiedenen Orten die Schwere gleichfalls verschieden, im nämlichen Orte aber allemal einerley ist; hangen die Schwingungszeiten im nämlichen Orte von der Länge, in verschiedenen Orten aber auch von der Schwere ab. 2.) Eben darum sind die Pendeln das einzige Mittel, die in verschiedenen Theilen verschiedene Schwere zu entdecken. Richer, da er in der Insul Cajen mit Bestimmung der Figur der Erde beschäftigt war, mußte das Pendel, welches in Paris = 440, 67 Linien lang, ihre Schwingung in 1″ machte, merklich abkürzen; denn nur in der Länge 440, 12 Linien vollbrachte es seine Schwingung während 1″. Die Schwere in Paris verhält sich also zur Schwere in der Insul Cajen wie 44067 : 44012. 3.) Es läßt sich auch durch die Pendeln die Höhe eines Gebäudes bestimmen, wenn man eine andere bekannte Höhe und eintreffende Zahl der Schwingungen annimmt; denn $N : n = \sqrt{l} : \sqrt{L}$. 4. Alles dies ist nur von **einfachen** Pendeln erwiesen, gilt

aber

aber auch von zusammengesetzten, wenn man nur den Schwingungspunkt mit in die Rechnung kommen läßt.

Von der Bewegung der Erdkörper, wenn sie schief fortgeworfen werden.

§. 156.

Es werde (Fig. VII.) der Körper in der Richtung AB parallel mit der Horizontallinie fortgeworfen. Wirkte keine andere Kraft auf ihn, würde er diese Linie mit gleichförmiger Bewegung durchlaufen, und die Räume würden sich wie die Zeiten 1. 2. 3. verhalten. Weil aber der Körper zugleich schwer ist, wird er nach der Richtung der Schwere Räume durchlaufen, die zusammengenommen wie 1. 4. 9. sind (§. 138. IV.). Nun aber die letzten Räume sind Abscissen, die erstern Semiordinaten. Es verhalten sich also die Abscissen wie die Quadrate der Semiordinaten; mithin würde der Körper eine Linie beschreiben, die beynahe parabolisch ist; denn die Parabel hat dieses Kennzeichen, daß ihre Abscissen $= x$ allemal wie die Quadrate der Semiordinaten $= y^2$ sich verhalten.
2.) Eben diese Linie würde entstehen, wenn der Körper ab oder aufwärts schief geworfen würde. Denn man kann diese schiefe Richtung auch in die horizontale und senkrechte auflösen. Mithin ist es ein richtiger Satz, daß alle Erdkörper, schief fortgeworfen, beynahe eine Parabel beschreiben.

* Bey-

* Beynahe eine Parabel. Denn 1.) ist die Tangentialbewegung wegen dem Widerstande der Luft niemals gleichförmig, und die Centralbewegung 2.) aus eben der Ursache niemals einförmig beschleunigt. 3.) Können die Abscissen nimmer parallel seyn, wenn der Schwerepunkt nicht bis ins Unendliche entfernet ist. Nun aber alle diese drey Stücke werden zur vollkommenen Parabel als nothwendig erfordert. 4.) Warum aber eine Kanonkugel, da sie in horizontaler Richtung weggeschossen wird, durch die Schwere lange nicht so weit von ihrer Richtung abweiche, als sie in der senkrechten Richtung allein zu fallen pflege, wird in den Vorlesungen eben vom Widerstande der Luft hergeleitet werden.

* * Ferner, wie man den Weg des Körpers finden kann, wenn man die gleichförmige Geschwindigkeit und den Wurfswinkel angiebt, 2.) unter welchem Winkel der Körper in die größte Entfernung geworfen werde, 3.) wie groß die Anfangsgeschwindigkeit seyn müßte, daß der Körper ein gewisses Ort erreiche u. s. w. alle dergleichen Aufgaben sind überhaupt Folgesätze aus dem bewiesenen Theoreme.

* * * Ueber gegenwärtigen Innhalt mögen H. Robins und Daniels Bernoulls Schriften Tom. II. Coment. Acad. Petrop. nachgelesen werden.

Von der freyen Bewegung der Körper um einen Schwerepunkt.

Diese Materie ist **zu wichtig**, als daß wir nichts, und **zu weitschichtig**, als daß wir in einem Elementarbuche alles sagen können. Nur jene Sätze also werden hier behandelt werden, welche **nothwendig** und zugleich der

Grund von allen Erfindungen des Newtons im astronomischen Fache, und doch hinlänglich sind, uns zu fernern astronomischen Wissenschaften auszurüsten.

§. 157.

Nähere Bestimmung einiger Kunstwörter. Wenn sich ein Körper um einen Schwerepunkt dreht, wirken Kräften von verschiedenen Richtungen.

1.) Jene, durch die er gegen den Schwerepunkt getrieben wird, heißt (centripeta) **Kraft nach dem Schwerepunkt**,

2.) Die andern aber, welche den Körper nach dem Tangenten der krummen Linie fort bewegen würde; wenn die erstere ihr Daseyn, oder wenigst ihre Thätigkeit verlöhre, nennt man **Tangentialkraft** (vis projectilis, tangentialis).

3.) Beede zusammengenommen kommen unter dem Namen der **Centralkräften** vor. Ich werde aber Kürze halber die erstere schlechtweg die Centralkraft nennen.

4. Die **Bewegunslinie** (radius vector) ist eine gerade Linie, vom Mittelpunkte aus bis zum Körper gezogen.

5.) Die **Räume**, die von der Bewegunslinie beschrieben werden, werden **Sectorn** der Laufbahne genennt.

§. 158.

I. Hauptsatz. Wenn auf einen Körper die Tangential und Centralkraft zugleich wirkt, wird er 1.) in einer gegen den Schwerepunkt concaven, und 2.) stettig krum-

krummen Linie bewegt, also, daß 3.) die Sectorn den Zeiten proportional sind. (Fig. VIII.). Es mache der Körper durch die Tangentialkraft allein den Raum = ab, und durch die Centralkraft allein den Raum = ad; es muß also die Diagonal ae entstehen, und die zusammengesetzte Bewegung ausdrücken. In der zwoten Zeit ist der Raum, der durch die Tangentialkraft entstehen würde, = ef = ae, und der Raum, den der Körper durch die Centralkraft allein machen würde, = eg. Die Diagonal eh wird abermal die zusammengesetzte Bewegung ausdrücken u. s. w. Es würde also eine Linie entstehen, die gegen den Mittelpunkt concav, 2.) und stetig krumm ist; denn der Winkel aeh muß als unendlich stumpf, und der Winkel feh als unendlich klein angenommen werden. 3.) Ferner ist das Dreyeck ace = △ ecf; weil ae = ef, und die Spitze c gemeinschaftlich ist. Auch das △ ech ist = △ ecf, weil beyde Dreyecke zwischen zwo Parallellinien ec und fh liegen, und eine gemeinschaftliche Grundlinie ec haben.

Wenn nun das △ ace = △ ecf,
und das △ ech = △ ecf,
ist auch das △ ace = △ ech.

Nun aber ace und ech sind die Sectorn, die in gleichen Zeiten die Bewegungslinie durchläuft. Sie stehen also mit den Zeiten im geraden Verhältnisse.

I. Diese unendlich kleinen Theile der krummen Linie verhalten sich verkehrt, wie die senkrechten Linien, welche aus dem Schwerepunkte auf diese kleinen Theile oder ihre verlängerte Sennen gezogen sind. Denn die △△ sind einander gleich, und in gleichen △△ verhalten sich die Grundlinien allemal verkehrt, wie die Höhen.

II. Eben

II. **Eben solches Verhältniß beobachtet die Geschwindigkeit an jedem Punkte der krummen Linie.** Denn die Grundlinien haben mit der Geschwindigkeit und der Zeit einerley Gleichungen; weil sie der Raum sind, den der Körper in gleichen Zeiten durchläuft.

III. **Haben die Winkel, die von den Richtungen der Centralkräften formirt werden, ungleiche Größe, muß auch die Geschwindigkeit verschieden seyn.** Denn je kleiner der Winkel ist, desto mehr wächst die Diagonal, und umgekehrt (§. 143. IV.).

IV. Wenn die Schwerekraft zu wirken aufhörte, müßte der Körper nach der Richtung der unendlich kleinen Linie fortgehen; es würde also nimmer eine stettig krumme Linie entstehen. **Mithin muß die Schwerekraft in einer krummen stettigen Linie immer fortwirken.**

V. **In einer Zirkelbewegung muß die Geschwindigkeit gleich, und der Winkel, unter dem die Centralkräften zusammen wirken, ein rechter seyn.** Denn alle senkrechten Linien, welche vom Mittelpunkte auf den Zirkelbogen gezogen werden, sind **gleich**, und machen mit der Tangentiallinie einen **rechten** Winkel.

§. 159.

II. **Hauptsatz. In der Zirkelbewegung ist die Centralkraft ed (F. IX.) dem Produkte aus dem Quadrat der unendlich kleinen Linie eb, und verkehrt aus dem**

Durch-

Durchmesser ae gleich, $V = \frac{eb^2}{ae}$, oder wenn wir die kleine Linie a, und den Diameter d nennen, ist

$$V = \frac{a^2}{d}.$$

Das $\triangle$ abe ist dem $\triangle$ bde ähnlich. Denn der Winkel abe ist ein rechter, und dem Winkel bde gleich, der Winkel bea aber ist beyden Dreyecken gemein. Sind nun diese Dreyecke sich ähnlich, so ist

$$ae : eb = eb : de$$

mithin $ae \cdot de = eb^2$

und $de = \frac{eb^2}{ae}$

$$= \frac{a^2}{d}$$

I. Weil sich der Diameter verhält, wie der Radius, ist $V = \frac{eb^2}{r}$

II. Ferner ist in der Zirkelbewegung wegen der einförmigen Bewegung (§. vorg. V.) der Raum eb der Geschwindigkeit c gleich.

Folglich ist $v = \frac{c^2}{r}$

und $V : v = \frac{C^2}{R} : \frac{c^2}{r}$.

III. Wenn also $C^2 = c^2$; $V : v = r : R$

$R = r$; $V : v = C^2 : c^2$.

Wenn endlich $C : c = R : r$; $V : v = \frac{R^2}{R} : \frac{r^2}{r}$,

$$= R : r.$$

IV. **In einer Zirkelbewegung müssen die Centralkräften dem Produkte aus dem Radius, und verkehrt aus dem Quadrate der periodischen Zeit gleich seyn.** Denn in der

der gleichförmigen Bewegung ist

$$c = \frac{S}{T}; \text{ und weil } S : s = R : r$$

$$c = \frac{R}{T}$$

$$c^2 = \frac{R^2}{T^2}$$

mithin ist $\left(V : v = \frac{C^2}{R} : \frac{c^2}{r}\right) = \left(V : v = \frac{R^2}{RT^2} : \frac{r^2}{rt^2}\right)$

$$= \frac{R}{T^2} : \frac{r}{r^2}$$

$$= Rt^2 : rT^2.$$

V. Wenn in verschiedenen Zirkeln $V : v = r^2 : R^2$, so ist auch $T^2 : t^2 = R^3 : r^3$. Denn

$$V : v = Rt^2 : rT^2 \text{ (IV.)}.$$

nun aber $V : v = r^2 : R^2$ im gegebenen Falle;

mithin $r^2 : R^2 = Rt^2 : rT^2$.

$r^3T^2 = R^3t^2$. Also $T^2 : t^2 = R^3 : r^3$

VI. Und umgekehrt, wenn $T^2 : t^2 = R^3 : r^3$, so verhalten sich $V : v = r^2 : R^2$. Denn

$r^3T^2 = R^3t^2$. Folglich

$r^2 : R^2 = Rt^2 : rT^2$.

Es ist aber auch $V : v = Rt^2 : rT^2$, (IV.):

mithin $V : v = r^2 : R^2$.

§. 160.

III. Hauptsatz. Wenn der Körper in einem Zirkel bewegt wird, muß die Tangentialgeschwindigkeit jener gleich seyn, welche er durch die allezeit gleiche Schwere erhalten würde, wenn er in gleichförmig beschleunigter Bewegung durch den halben Ra-

Radius gegen seinen Schwerepunkt hinfiele (F. IX.).

Es sey der Mittelpunkt c, der Radius ca, die kleine Zeit, in der durch die Schwere der Raum ed gemacht würde, = t, die Geschwindigkeit, welche der Körper durch den kleinen Raum erhält, = c, die Tangentialgeschwindigkeit = C, und die Zeit, in welcher diese Geschwindigkeit durch die Schwere erhalten würde, = T, und endlich der Raum, den der Körper machen müßte, bis er diese Geschwindigkeit erhielte, = x.

1.) Weil in der beschleunigten Bewegung noch so großer Raum gemacht würde, wenn der Körper mit der endlichen Geschwindigkeit gleich lang und gleichförmig wäre bewegt worden; so ist

$$c : C = 2de : eb.$$

Weil aber $de = \frac{eb^2}{ae}$ (§. 159.) $= \frac{eb^2}{2ec}$ und $2de = \frac{eb^2}{ec}$;

ist $c : C = \frac{eb^2}{ec} : eb,$

$$= eb^2 : eb . ec,$$

$$= eb : ec.$$

2.) Da ferner in einer einförmig beschleunigten Bewegung sich die Geschwindigkeiten, wie die Zeiten verhalten, ist

$$t : T = c : C$$

$$T = \frac{Ct}{c}.$$

3.) In der gleichförmigen Bewegung verhalten sich auch die Räume, wie die Zeiten; mithin, wenn die endliche Ge-

schwindigkeit die ganze Zeit über gleichförmig gewesen wäre, würde $t : T = eb : 2x$

$$t : \frac{tC}{c} = eb : 2x \quad \text{(n. 2.)}$$

mithin $tc : tC = eb : 2x$

$$c : C = eb : 2x;$$

da nun $c : C = eb : ec;$

würde $eb : ec = eb : 2x$

also $2x = \frac{eb \,.\, ec}{eb}$

$$2x = ec$$

$$x = \frac{ec}{2}.$$

I. Es kann also kein Zirkel beschrieben werden, ohne daß

1.) Die Centralkraft auf die Tangentialkraft senkrecht wirke (§. 158. V.),

2.) Die Tangentialgeschwindigkeit jener gleich sey, die in einer einförmig beschleunigten Bewegung durch den halben Radius erreicht würde.

II. Die Zeit, in welcher die Peripherie des Zirkels in gleichförmiger Bewegung von dem Körper durchgelaufen wird, verhält sich zur Zeit, in welcher der halbe Radius mit einförmig beschleunigter Bewegung durchgelaufen würde, wie die Peripherie zum Radius. Denn wenn der Körper mit jener Geschwindigkeit wäre gleichförmig bewegt worden, welche er durch den halben Radius am Ende würde erhalten ha-

haben, hätte er den ganzen Radius durchgelaufen. Nun aber die Bewegung in der Peripherie ist allemal gleichförmig.

* Aus diesen läßt sich nun leicht bestimmen, welch eine Geschwindigkeit nach der Tangentialrichtung einem Planeten müßte ertheilet werden, wenn er einen vollkommenen Zirkel beschreiben sollte. Nur seine Entfernung vom Schwerepunkte und die Centralkraft müßte bekannt seyn. Auf diese Weise ist bestimmt worden, daß, wenn ein Körper auf der Erde nach horizontaler Richtung mit einer Geschwindigkeit fortgeworfen würde, welche in der Zeit = 1″. 291908 Zoll machte, er um die Erde einen Zirkel beschreiben würde, so, daß seine periodische Zeit 106″ gleich wäre. Doch kömmt hier weder der Widerstand der Luft, weder die Masse des bewegten Körpers mit in die Rechnung. Denn in diesem Falle muß die Formel $V = \frac{R}{T^2}$ (§. 140. I.) in diese $V = \frac{MR}{T^2}$ umgeändert werden; und nur diese Formel kann dienlich seyn, die Versuche, welche von Centralkräften mit Maschinen gemacht worden, richtig zu erklären, weil in diesen nothwendig auf die Masse muß gesehen werden.

** Auf diese Sätze (§§. vorgeh.) ist die Astronomie gebaut. Ja selbst die Beweise von der Ellips als der Laufbahne andrer Planeten gründen sich auf diese Grundlehren. Deßwegen hab ich sie näher entwickeln, und den Anfängern hiedurch zeigen wollen, wie auch von entfernten Körpern wichtige Wahrheiten sind aufgedeckt worden. Nun wäre noch übrig von der Ellips zu beweisen,

I. Daß sich die Centralkraft in jedem Punkte verkehrt wie die Quadratentfernung vom Schwerepunkte verhalte, $V = \frac{1}{D^2}$.

II. Und also verhalten müsse auch in verschiedenen Ellipsen, wenn die Quadrate der periodischen Zeiten, wie die Cubi der Entfernungen sind, das ist wenn
$T^2 : t^2 = D^3 : d^3$.

III. Und umgekehrt; wenn
$V : v = \frac{1}{D^2} : \frac{1}{d^2}$, so sind $T^2 : t^2 = D^3 : d^3$.

IV. Endlich welche Geschwindigkeit nach der Tangentialrichtung erfordert werde, daß eine Ellips, und keine Parabel, und keine Hyperbel beschrieben werde. Allein weil diese Sätze ohne höhere Geometrie nimmer leicht mögen bewiesen werden, diese aber von wenigen in die Naturlehre mitgebracht wird; so verweise ich die wenigen auf Paul Frisius L. I. de grav. univers. und Bosckowick's Dissertat. und erbiete mich aus diesen jedem meiner Schüler ins besondere zu erklären, was er immer verlangen wird.

Von dem Auf- und Zusammenstossen der Körper,

nicht elastischer Körper.

§. 161.

Erklärungen. I. Weil die Ruhe der Körper aus gegenseitiger gleicher Wirkung nach gerad entgegengesetzten Richtungen entsteht, kann kein Zweifel seyn, daß auch ein ruhender Körper auf den andern wirke. Diese Art von Wir-

kung ruhender Körper heißt **Druck**. II. Wirkt ein bewegter Körper auf einen entgegengesetzten, heißt diese verschiedene Art von Wirkung **Stoß**. III. Der Stoß ist entweder ein **senkrechter**, oder schiefer, nachdem die Richtung des wirkenden Körpers auf den andern oder senkrecht, oder schief seyn dürfte. IV. Ferners wenn der Körper (auf den ein anderer bewegter wirkt), oder ruht, oder in einer dem Stoße entgegengesetzten Richtung bewegt wird; **stossen sie zusammen**. Sind aber die Richtungen des Stosses und der Gegenwirkung nicht einander entgegengesetzt, **stoßt** der erste **auf** den andern.

§. 162.

Versuche. I. Wenn ein Körper von verschiedenen Höhen auf einen andern auffällt; steht seine Wirkung allemal mit der Höhe in einem Verhältnisse, z. B. die nämliche Kugl von Bley macht von einer merklichern Höhe allemal eine größere Grube in den Thon. II. Läßt man von gleicher Höhe mit gleicher Geschwindigkeit im luftleerem Raume zween Körper von ungleicher Masse auf einen weichen Körper auffallen, höhlt die größere Masse allemal eine größere Grube aus.

Folgesätze. I. Der Stoß steht mit der Geschwindigkeit im Verhältnisse. Denn die verschiedene Höhe kann nichts in der **Masse**, wohl aber in der **Geschwindigkeit** ändern.

II. Indessen **bleibt der Stoß dennoch auch mit der Masse proportional**, (Vers. II.).

III. Die Größe des Stosses gleicht also dem Produkte aus der Geschwindigkeit, und der Masse.

* Muß man aber die einfache Geschwindigkeit, oder ihr Quadrat berechnen? Fürs erste war Cartes, fürs letzte Leibnitz. Leibnitzens Beweis war folgender:

„ Die Ursache verhält sich allemal wie ihre Wirkung; „ nun die Wirkung ist dem Quadrate der Geschwindig„ keit gleich; mithin auch die Ursache, das ist, die Größe „ der Bewegung. „ Den Mittelsatz beweißt er durch Versuche (*a*); ich wähle einen einzigen, mit dem die übrigen so ziemlich gleich sind.

„ Es seyn zween Körper von gleichem Innbegrif. „ Das Gewicht des einen A sey = 1, des andern B „ = 4. Wenn der Körper A von einer Höhe = 4, „ und der Körper B von einer Höhe = 1 auf einen wei„ chen Thon herabfallen, wird die Größe der Bewegung „ im Körper A = 2, und im Körper B = 4 seyn, und „ dennoch höhlen sie gleiche Gruben aus. Mithin ist ihre „ Wirkung gleich; also muß auch die Größe der Bewe„ gung gleich seyn. Nun aber die Größe der Bewegung „ kann wohl nimmer gleich werden, wenn man sie nicht „ aus dem Quadrate der Geschwindigkeit berechnet.

§. 163.

Wenn die Wirkungen des bewegten Körpers sich wirklich wie das Produkt aus der Masse und dem Quadrat der Geschwindig-

(*a*) Act. Acad. Petropol. T. 1. Clar. Hermann.

digkeit verhielten, könnte man dennoch nicht mit Richtigkeit folgern, daß die Größe der Bewegung eben diesem Produkte gleich sey. Als eine Wirkung der beschleunigten Bewegung können die Räume, so der Körper durchläuft, angesehen werden; nun aber diese wachsen, wie die Quadrate der Zeiten, obschon die Geschwindigkeit mit der Zeit die nämliche Proportion hat (§§. 137. 138.). Ein gleiches versteht sich von der abnehmenden Bewegung. Aber in dem Stosse? Auch aus dieser Wirkung kann nicht richtig für das Quadrat gefolgert werden. Wenn die Geschwindigkeit = 2 des Körpers A noch so lange wirkt, als die Geschwindigkeit = 1 des Körpers B, muß die Wirkung nicht nur = 2, sondern = 4 seyn. Sie wirkt aber noch so lange: denn im Stosse verhält sich Wirkung und Zeit, wie in der einförmig abnehmenden Bewegung; in der ein Körper, wenn er mit einer Geschwindigkeit = 2 in die Höhe geworfen wird, einen Raum = 4 macht, und jener, der die Geschwindigkeit = 1 erhält, gleichfalls den Raum = 1 durchlauft (§. 141. I. II. III.).

I. Die Größe der bewegung wird also mit Rechte dem Produkte aus der Masse und der Geschwindigkeit gleich angesetzt. $Q = MC$. Dieser Folgesatz ist in gegenwärtiger Materie der I. Hauptsatz.

II. Wenn zugleich auf die Zeit gesehen wird, ist auch in jeder einzelnen Zeit die Wirkung, wie eben dieses Produkt; gleichwie die Geschwindigkeit in einer unendlich kleinen Zeit dem Raume gleicht.

§. 164.

II. Hauptsatz. So oft ein bewegter Körper A auf den andern B aufstößt, verliehrt der Körper A allemal so viel von seiner Geschwindigkeit, als er dem Körper B mittheilt. Denn die Mittheilung der Geschwindigkeit durch den Stoß ist eine Wirkung der Kräften (§. 5. II.), und zwar der zurücktreibenden (ebendas. V.). Nun aber die Wirkung der zurücktreibenden Kräften ist **gegenseitig**, und der auf sie zustossenden **gleich**; nur mit dem Unterschiede, daß die gegenseitigen Kräften des Körpers B der Bewegungsrichtung des Körpers A in der geraden Linie, die Kräften des Körpers A hingegen der Bewegungsrichtung des Körpers B gar nicht entgegen gesetzt sind. Mithin muß in dem Körper A eben so viel Geschwindigkeit verloren gehen, als den Körper B mitgetheilet wird (§. 23. IV.).

Folgesätze. I. Von dem Aufstossen der nicht elastischen Körper in senkrechter Richtung.

1. **Wenn durch das Aufstossen des nicht elastischen Körpers A der gleichfalls nicht elastische Körper B in eine Bewegung versetzet wird, müssen beede nach dem Stosse einerley Geschwindigkeit haben.** Denn die Geschwindigkeit des Körpers A nach dem Stosse kann nicht **größer** seyn, als jene des Körpers B; denn sonst würde der Stoß nach dem Uebermaß der Geschwindigkeit immer fortgesetzet werden: nicht **kleiner**; sonst würde dem Kör-

der Größe seiner Bewegung

Körper B mehr Geschwindigkeit mitgetheilet werden müssen, als der Körper A verlohren hat.

II. **Die Größe der Bewegung nach dem Stosse ist jener vor dem Stosse gleich.** Denn der Körper B erhält so viel von ~~Geschwindigkeit~~, als A verliehrt. Bewegung

III. **Ist der Körper B, auf den der Körper A stößt, schon vorhin in einer Bewegung nach der nämlichen Richtung mit dem Körper A; ensteht der Stoß durch das Uebermaß von ~~Geschwindigkeit~~, die im Körper A einen höhern Grad als im Körper B behauptet.** Denn die gleiche Geschwindigkeit macht die Annäherung und den Stoß selbst unmöglich.

IV. **Die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stosse wird gefunden, wenn die ganze Größe der Bewegung durch die Summe der Massen getheilet wird.** Denn wenn ich ein Produkt durch den einten Factor theile, erhalte ich den andern. Nun aber die Größe der Bewegung ist = MC, und jener nach dem Stoße gleich (II.). Hierzu dienet folgende allgemeine Formul $C = \frac{MC + mc}{M + m}$; in welcher die größern Buchstaben die Masse und Geschwindigkeit des Körpers A, die kleinern jene des Körpers B ausdrücken.

X Größe der Bewegung

V.

V. Wenn die Masse des ruhenden Körpers B sehr groß, und mithin die Geschwindigkeit $C = \frac{MC + mc}{M + m}$ nimmer merklich ist; kann auch keine merkliche Bewegung folgen.

§. 165.

Fernere Folgesätze. II. Vom Zusammenstossen nicht elastischer Körper in senkrechter Richtung.

I. **Stossen zween Körper mit gleicher Größe der Bewegung zusammen; entsteht keine Bewegung.** Denn die vorige Geschwindigkeit ist der Wirkung des zusammenstossenden Körpers gleich, und in einer geraden Linie entgegen gesetzt.

II. **Stossen sie aber mit ungleicher Größe der Bewegung in einer geraden Linie zusammen, muß sich die Wirkung so verhalten, als wenn der Körper A, dessen Bewegung größer ist, mit dem Uebermaß allein bewegt würde, und der Körper B ruhete.** Denn in so weit die Bewegungsgröße gleich ist, ist die Ruhe nothwendig, und die Bewegung unmöglich

III. **Es muß sich also nach dem Zusammenstossen in betref des Uebermaßes alles so verhalten, wie im Aufstossen** (§. vorg.);

IV. Mithin findet man die gemeinschaftliche Geschwindigkeit, wenn das Uebermaß der größern Bewegung durch die Summe der Massen getheilet wird $C = \frac{MC - mc}{M + m}$.

V. Die

V. Die Formul dienet also mit diesem Ausdrucke $\left(C = \frac{MC \pm mc}{M + m}\right)$ für beede Fälle.

§. 166.

Folgesätze. III. Vom schiefen Auf- und Zusammenstossen.

I. Auch auf das schiefe Auf- und Zusammenstossen passen alle bisherige Sätze, wenn nur nicht die ganze Gewalt (Fig. II.) = DC sondern nur die senkrechte DA mit in die Rechnung kömmt; denn nur diese wirkt auf den Körper, der der Gegenstand des Stosses ist.

II. Der aufstossende Körper wird also nach der Richtung AB mit einer Geschwindigkeit AC = CB bewegt werden, wenn der gestossene Körper unbeweglich ist (§. 164. V.).

III. Ist aber der gestossene Körper beweglich, muß er nach der Richtung DA bewegt werden, mit einer Geschwindigkeit $= \frac{MC}{M + m}$; in welcher Formul C nicht die ganze Geschwindigkeit ausdrückt, sondern nur jene, die sich zur ganzen verhält, wie DA : DC (§. 145.). 2.) Der aufstossende Körper aber wird sich aus einer zusammengesetzten Bewegung aus CB = AB und der neuen Geschwindigkeit nach der Richtung FC = DA fortbewegen.

* Für jedem Falle ein Beyspiel.

1.) Die Massa des Körpers A sey $= 6 = M$, seine Geschwindigkeit $= 5 = C$; die Größe der Bewegung wird also $= MC = 6 \cdot 5 = 30$ seyn. Wenn die Masse des Körpers B $= 4 = m$ ist, wird $\frac{MC + mc}{M + m} = C = \frac{30 + 0}{10} = 3$ seyn. Nun $3 \cdot 6 + 3 \cdot 4 = 30$, d. i. nach dem Stosse ist die nämliche Größe der Bewegung (§. 164. II. IV.).

2.) Stosse der Körper A, dessen Masse $= 3$, mit der Geschwindigkeit $= 4$ auf den Körper B, dessen Masse gleichfalls $= 3$, und die Geschwindigkeit nach einerley Richtund $= 2$; so wird die Größe der Bewegung vor dem Stosse $= MC + mc = 12 + 6 = 18$; die Geschwindigkeit nach dem Stosse $= \frac{MC + mc}{M + m} = \frac{18}{6} = 3$, die ganze Größe der Bewegung $= 9 + 9 = 18$ seyn.

3.) Stossen zween Körper A und B in gerader Linie zusammen; die Masse von A sey $= 6$, die Geschwindigkeit $= 3$. Die Masse B sey $= 3$, die Geschwindigkeit $= 6$. Vor dem Stosse ist in beeden die Größe der Bewegung $= 18$. Die gemeinschaftliche Bewegung nach dem Stosse ist $= \frac{18 - 18}{9} = 0$ (§. 165. I.). Im Gegentheile sey $M = 4$, $C = 9$, $m = 3$, $c = 5$; so wird die Gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach der nämlichen Richtung $= \frac{4 \cdot 9 - 3 \cdot 5}{4 + 3} = 3$ seyn.

4.) Wenn endlich der Körper A, dessen $M = 3$, $C = 5$ auf den Körper B von einerley Masse unter einem solchen Winkel FDC (Fig. II.) stosset, daß der Radius DC zum Sinus $FC = 5 : 3$ sey: wird die ganze Bewegung

DC

DC zur senkrechten DA sich = 15 : 9 verhalten. Mithin wird die Größe der Bewegung = 9, und die Geschwindigkeit des Körpers nach der Richtung DA = $\frac{9}{6}$ = $1 + \frac{1}{2}$ seyn. Es muß also die Größe der Bewegung des Körpers B nach der Richtung DA seyn = $4\frac{1}{2}$. Eben dieß gilt von der Bewegungsgröße des Körpers A nach der nämlichen Richtung, außer daß er wegen einer andern Gewalt nach der Richtung AB eine Diagonal beschreibt, dessen Seite die Linie $1 + \frac{1}{2}$ DA und AC ausmachen. Ist aber der Körper B unbeweglich, wird die ganze Geschwindigkeit = AD = 3 getilget seyn, und der Körper A sich von C in B bewegen.

Vom Auf- und Zusammenstossen elastischer Körper.

§. 167.

Hauptsatz. Bey dem Auf- und Zusammenstossen der elastischen Körper muß die Wirkung allezeit noch so groß seyn, als bey den nicht elastischen Körpern, d. i. jeder Grad von Geschwindigkeit, mit welch einer Richtung er immer in den nicht elastischen oder erhalten, oder verlohren wird, verdoppelt sich in den elastischen. Denn da die elastischen Körper die abgeänderte Figur mit eben jener Kraft, mit der sie ist abgeändert worden, wieder herstellen, und in Herstellung der Figur nach der nämlichen Richtung wirken, nach welcher sie in der Abänderung gewirket haben,

muß

muß die Wirkung in elastischen Körpern noch einmal so groß werden, als in den nicht elastischen.

* Mehrere Deutlichkeit auf diese Materie zu verbreiten, versuche ich es die Weise zu erklären, wie diese Mittheilung der Geschwindigkeit einerseits, und ihr Verlurst andrerseits vorgehen dürfe.

1.) Es falle ein vollkommen elastischer Körper auf einen andern unbeweglichen und vollkommen harten Körper auf, mit der Bewegungsgröße = 12, daß also M = 2, und C = 6 sey.

a) So bald der Körper in jene Entfernung kömmt, in der die zurücktreibende Kraft zu wirken anfängt, muß ein Grad der Geschwindigkeit verlohren gehen; und wenn dieser der einzige wäre, würde der Körper ruhen.

b) Da aber noch 5 Grad von der Geschwindigkeit übrigen, nähert sich der Körper, und die zurücktreibende gegenseitige Kräften vermehren das Zusammendrucken, und zwar mit einer Gewalt = 2, weil die Kräften in kleinern Abständen wachsen (§. 11.). Mithin ist der neue Verlurst von Geschwindigkeit = 2. Auch in dieser unendlich kleinen Zeit würde der Körper ruhen, wenn nicht noch die Geschwindigkeit = 3 übrig wäre.

c) Es wächst also das Zusammendrucken in Proportion mit der Geschwindigkeit = 3, und ist der ganze Verlurst von Geschwindigkeit = 6, obgleich in der zwoten 2, in der dritten 3 verlohren giengen.

d) Weil der Körper Schnellkraft im vollkommensten Grade inne hat, wirkt diese Kraft im Zustande des größesten Zusammendruckes wie 3, im mittlern wie 2, und im ersten Zustande wie 1. Es wird also die vorige Figur hergestellt.

e) Fer-

e) Ferners weil der gegenseitige Körper unbeweglich und vollkommen hart ist, muß die ganze Gewalt auf den zusammengedrückten Körper verwendet, und, weil die elastische der zusammendrückenden Gewalt gleich ist, die vorige Geschwindigkeit herfürgebracht werden, obgleich in einer Richtung, die der vorigen gerad entgegen gesetzt ist.

f) Eben darum wird die Bewegung so lange **beschleunigt** werden, bis die vorige Figur vollkommen hergestellt ist.

2.) Wenn wir jetzt den nämlichen Körper mit der nämlichen Geschwindigkeit auf einen andern gleichfalls unbeweglichen aber elastischen Körper auffallen lassen,

a) **Werden beyde Körper ihre Figur ändern, doch keiner nach Maaß der ganzen Bewegung.** Denn die Abänderung der Figur ist eine Wirkung des Stosses. Wenn nun die Figur von **beyden** Körpern eben jene Aenderung erfuhr, die im vorigen Falle bey dem auffallenden Körper **allein** vorgegangen, würde die Wirkung größer als ihre Ursache seyn.

b) Mithin muß jeder nur nach der halben Bewegungsgröße zusammengedrückt werden.

c) Der auffallende Körper kann also durch seine Schnellkraft nur die halbe Geschwindigkeit zurück erhalten, weil sein Zusammendrucken nur der halben Geschwindigkeit gleicht.

d) Es ist aber auch der Körper B zusammengedrückt. Mithin **hindert** er nicht nur, daß sich der Körper A gegen ihn nicht ausdehne, sondern **theilt** ihm auch durch seine Schnellkraft die andere Helfte der Geschwindigkeit mit.

e) Der Körper A muß also mit der nämlichen Geschwindigkeit zurückkehren, mit der zuvor sein Auffallen bewirkt ward.

f) Da sich diese Erklärung auf andere Fälle ohne Mühe anwenden läßt, wird nachstehenden

Folgesätzen die Richtigkeit nimmer abgesprochen werden.

I. **Wenn ein elastischer Körper auf einen unbeweglichen oder vollkommen harten oder gleichfalls elastischen in perpendikulärer Richtung auffällt, wird er mit der nämlichen Geschwindigkeit nach der senkrechten Richtung zurück gehen.** Denn wenn er **weich** wäre, würde er nach getilgter Geschwindigkeit ruhen. Nun aber in elastischen Körpern muß nach dem Zusammendrucken in einer entgegengesetzten Richtung der vorige Grad der Geschwindigkeit hergestellt werden, und also der Körper mit selber zurückprellen.

II. **Stößt ein elastischer Körper A auf einen andern ruhenden B von gleicher Masse, wird A ruhen, und B mit der Geschwindigkeit des Körpers A bewegt werden.**

III. Sind aber die Massen verschieden, lassen sich nach der allgemeinen Formul $C = \frac{MC + mc}{M + m}$ und nachdem im gegenw. §. angegebenen Theoreme verschiedene Fälle erklären. Beyde Körper werden **bald** nach einer Richtung doch mit un=

ungleicher Geschwindigkeit fort bewegt werden, **bald** wird der auffallende zurücke tretten.

IV. Stößt der Körper A auf einen gleichfalls elastischen B, der zwar von gleicher Masse ist, aber mit einer kleinern Geschwindigkeit bewegt wird, werden sie nach dem Stosse mit veränderter Geschwindigkeit bewegt werden. (§. 164. III.).

V. Sind aber die Massen verschieden, wird das Uebermaaß der Bewegung allein die Verschiedenheit der Wirkungen bestimmen.

VI. **Im Zusammenstossen** wenn die Massen und Geschwindigkeiten oder gleich, oder vom verkehrten Verhältnisse sind, gehen die Körper mit der vorigen Geschwindigkeit zurücke. 2.) Sind die Massen gleich, und die Geschwindigkeiten ungleich, weichen die Körper mit verwechselten Geschwindigkeit zurücke. 3.) Sind aber Massen und Geschwindigkeiten zugleich verschieden, ergeben sich mehrere verschiedene Fälle, die sich nach den Gesetzen (§§. 165. 166.) leicht bestimmen lassen.

VII. **Stößt ein elastischer Körper auf einen harten, oder gleichfalls elastischen doch unbeweglichen Körper schief auf, wird er unter einem gleichen Winkel mit gleicher Geschwindigkeit zurück prellen.** Wären die Körper nicht elastisch, so würde der schief auffallende nach dem Stosse (Fig. II.) in der Richtung = CB mit der Geschwindigkeit AC = DF bewegt werden (§. 166. I.); die Schnellkraft muß ihm also noch eine andere Bestimmung nach der Richtung CF = AD verschaffen, so, daß die Diagonal CG seinen Weg auszeichnet. Diese Diagonal gleicht der Linie CD

und der Winkel GCB dem Winkel DCA; denn die Dreyecke GCB und DCA haben zwo Seiten und die eingeschlossenen Winkel B und A gleich; mithin ist die Geschwindigkeit CD = CG, und der Auffallungswinkel = dem Reflexionswinkel.

VIII. Ist aber der Körper B, auf den der Stoß geschieht, ein beweglicher von gleicher Masse, wird der Körper A nach der vorigen, B aber nach der Richtung AD mit der Geschwindigkeit AD bewegt werden. 2.) Sind aber die Massen ungleich, wird der Körper B mit verschiedener Geschwindigkeit nach der Richtung AD fortgehen, und der Körper A unterschiedliche theils Richtungen, theils Geschwindigkeiten erhalten; weil, obgleich die Bestimmung CB die nämliche bleibt, dennoch die senkrechte als die zwote Bestimmung nach Verschiedenheit der Masse sehr verschieden seyn muß (§. 166. III.).

* Die Richtigkeit dieser Gesetze leidet eine doppelte Einschränkung, einmal; weil eine vollkommene Schnellkraft in der Natur nicht existirt, und hernach, weil der Widerstand der Luft und andere Hindernissen einen Ausnahm machen: eben darum sind die Versuche mit diesen Gesetzen nicht vollkommen eins.

Von der Bewegung in einem Mittelkörper.

§. 168.

Wenn der Körper seine Bewegung in einem Raume macht, der mit einem flüßigen Körper angefüllt ist; heißt das eine **Bewegung in einem Mittelkörper** (in medio).

§. 169.

Hauptsatz. In einem solchen Raume kann keine Bewegung eines andern

Kör=

Körpers vorgehen, ohne daß 1.) die Theile des Mittelkörpers getrennet, und selbst 2.) in Bewegung versetzt werden. Der Beweis liegt in der Sacherklärung von Bewegung und Mittelkörpern.

Folgesätze, wenn der Mittelkörper ruht, und von selbst keine eigene Bewegung hat.

I. Die Geschwindigkeit der Bewegung muß in einem gleichen Mittelkörper immer abnehmen. Denn sowohl die Kräften des Zusammenhanges als die Zurücktreibenden des Mittelkörpers wirken der Bewegung des andern Körpers entgegen; mithin muß immer ein Grad der Geschwindigkeit, der Gegenwirkung gleich, verlohren gehen (§. 23. IV. §. 141.).

II. Der Widerstand des Mittelkörpers, und folglich der Verlurst von Geschwindigkeit steht mit der Dichtigkeit des Mittelkörpers im Verhältnisse. Denn je dichter der Körper, desto größere Gewalt braucht es, ihn in Bewegung zu setzen.

III. Aus eben diesem Grunde wächst der Widerstand auch mit den Kräften des Zusammenhanges, der sowohl dem bewegten Körper mit dem Mittelkörper, als dessen Theilen unter sich eigen ist. Denn auch dieser muß überwunden werden.

IV. Der Widerstand des Mittelkörpers hat auch mit der Oberfläche ein Verhält-

hältniß, mit welcher der bewegte Körper immer auf den Mittelkörper wirkt. Denn die Oberfläche bestimmt die Größe der zu bewegenden Masse des Mittelkörpers, und den Zusammenhang, der getrennet werden muß.

V. Der Widerstand ist auch mit der Geschwindigkeit der Bewegung in einem Verhältnisse. Denn die Masse des Mittelkörpers, die in einer gegebenen Zeit in Bewegung versetzt werden muß wächst wie die Geschwindigkeit.

VI. Wahrscheinlicher Weise ist das Quadrat der Geschwindigkeit der Verhältnißpunkt. Denn auch die Masse muß in der nämlichen Proportion, in der ihre Größe anwächst, geschwinder bewegt werden.

* Aus diesen Gesetzen läßt sich unschwer erklären,

1.) Warum ein Pendel, das Rädchen in der Uhr sich im luftleeren Raume fertiger bewege,

2.) Warum jeder Körper mit der nämlichen Geschwindigkeit in eben demselben luftleeren Raume herunterfalle,

3.) Warum in Bewegung der himmlischen Körper nicht auf ihren Innbegrif gesehen werden därfe,

4. Warum die in der Luft beschleunigte Bewegung endlich gleichförmig werde, und ein Regentropfen schneller als der Sneeflocke herabfalle, wenn gleich die Höhe beederseits gleich wäre,

5.) Warum gleiche Masse von Bley oder Eisen, wenn sie ungetheilt ist, von gleicher Pulverkraft weiter hinausgeworfen werde, als die getheilte,

6.) Warum eine Kanonkugel, die in 1″ in der Richtung der Schwere allein 15 Sch. 1. z. 1 $\frac{4}{9}$ L. machte, lange nicht so weit herunter falle, wenn sie in horizontaler Richtung fortgeschossen wird, und endlich

7.) Warum

7.) Warum kleine Erdtheilchen rc. in der Luft sich halten können, und schwerere Körperchen in einem flüßigen aber leichtern Körpern nicht untergehen.

§. 170.

Folgesätze, wenn der Mittelkörper schon für sich eine Bewegung hat.

I. Wenn die Bewegung des Mittelkörpers mit der Bewegung des andern Körpers einerley Richtung und Geschwindigkeit hat, wird die Bewegung des Mittelkörpers jene des andern Körpers noch verstärken, noch hemmen.

II. Ist aber die Bewegung des Mittelkörpers dem andern Körper gerade entgegen, so kömmt zur vorigen Hinderniß (§. 169.) noch die Geschwindigkeit des Mittelkörpers.

III. Hat aber die Bewegung des Mittelkörpers zwar mit dem andern Körper einerley Richtung, aber weniger Geschwindigkeit, ist der Widerstand nur nach dem Uebermaaß der Geschwindigkeit zu berechnen; mithin kleiner.

IV. Wird aber der Mittelkörper geschwinder als der andere Körper nach einerley Richtung bewegt; muß er des andern Körpers Geschwindigkeit einen Zusatz geben, nach dem Uebermaaß der eignen Geschwindigkeit.

V. Ist endlich die Bewegung des Mittelkörpers auf die Richtung der Bewegung des andern Körpers schief; **macht dieser die Diagonal eines Parallelograms, dessen einte Seite die Bewegung des Mittelkörpers, und die zweyte die Bewegung des andern Körpers ausdrückt.**

VI. **Diese Diagonal wird oder eine stettig gerade, oder eine stettig krumme Linie** werden, nachdem das Wirken jeder Kraft gleichförmig, oder ungleich ab und zunehmend ist (§. 143. VI. VII.).

Von der gebrochenen Bewegung.

§. 171.

Wenn der bewegte Körper von der vorigen Richtung abweicht, und hernach wieder eine gerade Linie macht; heißt seine **Bewegung eine gebrochene** (motus refractus Fig. X.) 2.) Der Winkel, den die neue Richtungslinie mit der vorigen in Gedanken verlängerten Richtungslinie formirt, wird **Refractions, Abweichungswinkel** benamset.

§. 172.

I. Hauptsatz. Geht ein sphärischer Körper senkrecht in einen neuen Mittelkörper; kann zwar seine Geschwindigkeit vermindert, aber seine Richtung nimmer gebrochen werden.

Das erste geschieht, wenn der neue Mittelkörper oder dichter, oder vom stärkern Zusammenhange wäre; denn beydes

des vermehrt den Widerstand, und vermindert die Geschwindigkeit. Das zweyte ist darum unmöglich, weil der Widerstand immer nach der vorigen Richtung oder ab oder zunimmt.

* Hat der Körper keine sphärische Figur, so kann das Auffallen der Oberfläche auch bey senkrechter Richtung schief seyn; und in diesem Falle gilt nachstehender

§. 173.

II. Hauptsatz. Geht der Körper aus dem vorigen Mittelkörper in einen neuen, der seiner Bewegung mehr widersteht (§. 169.), schief über, wird seine Bewegung gebrochen, und weicht von der senkrechten Richtung merklicher ab. Denn die schiefe Bewewegung gleicht der Diagonal eines Parallelograms, und die Diagonal erhält allemal eine andere Richtung; alsbald in einer Gewalt eine Aenderung vorgeht, die in der andern nicht erscheint (§. 143. VII.). Nun aber dieß geschieht im gegebenen Falle, so lange der Körper nicht ganz in den neuen Mittelkörper eingetretten ist; denn in der senkrechten Richtung stößt der Körper auf den Mittelkörper mit einer größern Oberfläche als in der horizontalen. Mithin empfängt die senkrechte Bewegung mehr Widerstand als die horizontale, oder, was eines ist, die Bewegung wird von der senkrechten Richtung gegen die Horizontallinie gebrochen (fit refractio a perpendiculo).

* Ich erläutere den Beweis durch eine Figur (X.). Fängt eine Sphäre an in einen neuen mehr widerstehenden Mittelkörper zu übergehen; wird der Widerstand

nach

nach der senkrechten Bewegung z. B. = dem ganzen Bogen mon, und jener nach der parallelen = on dem halben Bogen seyn, und weil dieses von allen Zirkelbögen gilt, wird der senkrechte Widerstand allezeit noch so groß als der parallele seyn; bis der halbe Körper in den neuen Mittelkörper eingetretten ist. Alsdenn wird der senkrechte Widerstand sich immer gleich bleiben, der horizontale aber wachsen, bis er dem senkrechten gleich wird, d. i. bis der Körper ganz im Mittelkörper versenkt ist.

** Deutlichkeit halber habe ich einen sphärischen Körper angenommen: hat der Körper selbst eine unreguläre Figur, muß auch diese mit in die Rechnung kommen.

§. 174.

III. Hauptsatz. Verursachet der neue Mittelkörper einen schwächern Widerstand, wird die Bewegung allemal gebrochen, und die **Richtung weicht von der parallelen merklicher zur senkrechten ab.** Der Beweis und die Erklärung ist der nämliche wie §. vorgeh. außer daß in diesem Falle die parallele Bewegung mehr Widerstand als die senkrechte erfährt.

Folgesätze. I. Die Abweichungen von der vorigen Richtung, mithin auch der Abweichungswinkel, ist um so viel größer, als kleiner der Auffallungswinkel. Denn bey einem kleinern Auffallungswinkel hält die Ungleichheit des Widerstands länger an.

II. Je größer die Ungleichheit der Mittelkörper, in welche der Uebergang geschieht

schieht, desto größer ist auch die Abweichung selbst.

III. Ist diese Verschiedenheit des Widerstandes stettig, muß die Abweichung von der vorigen Richtung eine krumme Linie beschreiben (§. 143. VI. VII.).

IV. Und weil diese Verschiedenheit in jedem Uebergange anhaltend ist, macht der Körper beym Eintritte in den Mittelkörper eine krumme Linie; hernach eine gerade, alsbald die Ungleichheit des Widerstands aufhört.

* In dieser Erklärung liegt zwar ein Theilgrund, warum z. B. ein Fi[illegible] unter dem Wasser durchs Feuerrohr nicht getroffen wird, außer wenn man mit dem Schuß merklich unter dem Fische anträgt. Allein der andere Theilgrund wird sich erst aus der Erklärung des Lichts entwickeln.

II. Kapitel.

Von dem Gleichgewichte der festen Körper.

§. 175.

Das Gleichgewicht überhaupt ist eine Ruhe, welche aus gleichem Bestreben nach gerad entgegengesetzten Richtungen entsteht.

I. Alle ruhende Körper sind im Gleichgewichte. Denn ihre Ruhe kann nur aus gleichem Bestreben nach gerad entgegengesetzten Richtungen entstehen.

II. So lang also die Kräften sich in gerader Linie entgegen wirken; bleibt alle Bewegung unmöglich.

III. Indessen können auch bewegte Körper in Rucksicht auf die respective Ruhe im Gleichgewichte seyn. Denn der Begrif der respectiven Ruhe und der Begrif der Bewegung stehen wohl beysammen.

§. 176.

Jenen Punkt des Körpers, um den alle Theile nach jeder geraden Linie im Gleichgewichte sind, nennen wir den Schwerepunkt.

I. Ruht der Schwerepunkt; muß der ganze Körper ruhen; wird jener bewegt, kömmt auch dieser in Bewegung.

II. Was den Schwerepunkt hält, muß den ganzen Körper halten.

III. Ich kann also die Schwere des ganzen Körpers gleichsam im Schwerepunkte concentrirt denken.

§. 177.

Der Punkt, auf dem der Schwerepunkt aufliegt, heißt Ruhepunkt; die Linie, nach der er sich zu bewegen bestrebt, oder, wenn kein Hinderniß zugegen, wirklich bewegt, ist die Richtungslinie.

§. 178.

I. Zieht sich die Richtungslinie noch durch den Untersatz des Körpers; ist das

Umstürzen des Körpers unmöglich; denn es können sich weder die Theile des Körpers bewegen, weil sie im Gleichgewichte sind (§. 176.), noch der Schwerepunkt, weil ihn der Ruhepunkt zurück hält (§. vorg.).

II. Fällt aber die Richtungslinie über den Ruhepunkt hinaus, ist das Umstürzen nothwendig. Denn alle Ursachen des Nichtfallens bleiben weg.

* Diese zween Folgesätze sind oder blos vom Umfallen, oder auch von der Bewegung zu verstehen; wenn man hinzu setzt: daß die Richtungslinie senkrecht durch den Untersatz fällt.

** Aus diesen läßt sich mit Borellus erklären,

1.) Daß Thiere bey Aufhebung eines oder zween Füsse nicht umfallen.

2.) Warum sich unser Körper vorwärts neige, wenn wir das Gewicht rückwärts tragen, und umgekehrt;

3.) Warum sich die zweenfüßigen Thiere unten in einen breiten Raum ausdehnen;

4.) Warum wir, ohne den Fuß zurück zu ziehen, oder den obern Theil des Körpers vorwärts zu neigen, nicht vom Sitze aufstehen können;

5.) Warum ein großes Gewicht unter dem Tisch an einem gebogenen Drat hangen bleibt, wenn gleich nur das das Aeußerste des Drats auf dem Tische aufliegt;

6.) Was den Seiltänzern die lange Stange in der Hand nütze;

7.) Warum ein leichter cylindrischer Körper die geneigte Ebene hinaufsteige, wenn ihm nahe bey der Oberfläche Bley eingegossen wird u. d. m.

§. 179.

Eine gerade Stange hält über einem Untersatze das Gleichgewicht, wenn die Massen beeder über dem Untersatze hingehenden Theile M und m mit den Entfernungen ihres Schwerepunktes vom Ruhepunkte D und d gleiche Produkte formiren d. i. wenn MD = md.

Im Schwerepunkte läßt sich die ganze Schwere als versammelt denken. Nun aber bey dem Untersatze ist die Gewalt auf den Zusammenhang allemal wie das Produkt aus dem angehängten Gewichte, und dessen Entfernung (§. 72. II. 73.); mithin muß auch in unserm Falle die Wirkung auf den Zusammenhang dem Produkte aus der Schwere eines jeden Armes und seiner Entfernung gleich seyn. Folglich wenn beyde Produete einander gleich sind, muß die Stange über dem Untersatze das Gleichgewicht halten; weil beede Aerme, d. i., beede über den Untersatz hingehende Theile mit gleichen Kräften nach gerad entgegen gesetzten Richtungen gezogen werden.

I. In einer gleichartigen Stange muß der Untersatz in der Mitte angebracht werdeu, um ihr das Gleichgewicht zu verschaffen; denn nur in der Mitte ist MD = md (§. 73.).

II. In einer Stange, die ungleichartig ist, kann das Gleichgewicht durch den Untersatz in der Mitte nicht erhalten werden.

III. In einer gleichartigen Stange findet sich der Schwerepunkt in der halben

Länge der Aerme, und zwar in jenem Punkte, in dem sich die Horizontal- und Perpendicularflächen durchschneiden.

* Aber in einer ungleichartigen Stange? — Auf gut mechanisch den Schwerepunkt zu finden, darf man blos den Körper so lange auf dem Untersatze hin und her schieben, bis er das gleichgewicht erhält; der Schwerepunct liegt also in jener Fläche, welche senkrecht über den Untersatz steht. Mach ich diese Probe mit dem Körper nach verschiedenen Richtungen; erhalt ich einen Punkt, in dem sich alle Flächen durchschneiden, und dieser wird der Schwerepunkt seyn. — Allein eine allgemeine Regel zur Erfindung des Schwerepunkts angeben, läßt eben so hart, als richtig der obige Hauptsatz erwiesen ist, wenn gleich die Anwendung schwer fallen dürfte.

§. 180.

Werden einer Stange, die für sich schon das Gleichgewicht hält, zween Körper angehenkt, deren Gewichte mit ihren Entfernungen in umgekehrten Verhältnisse stehen, halten auch diese das Gleichgewicht. Denn wenn $D : d = m : M$ sind; wird auch $MD = md$ seyn.

I. An einer Stange, die über einem Untersatze das Gleichgewicht hält, können gleiche Gewichter nur in gleichen, ungleiche nur in verkehrt berechneten Entfernungen ruhen.

II. Ist

II. Ist die Gewalt schief an den einzten Arm der Stange gebracht; darf man nur auf die Richtung der Gewalt eine senkrechte Linie ziehen, um die Entfernung zu bestimmen, welche in Betracht kommen muß.

III. Es muß also auch ein gerades Joch, welches mittels einer Achse schief aufliegt, im Gleichgewichte seyn; wenn nur die beeden Aerme gleichartig und gleichlang sind: oder wenn das Produkt MD des einen dem Produkte md des andern Armes gleich ist. Denn in beeden Fällen wird die Wirkung auf den Zusammenhang bey dem Untersatze gleich seyn (Fig. XI.).

IV. Eben so bleibt das Gleichgewicht, wenn an einem dergleichen Joche gleiche Gewichter angehängt sind. Denn von diesem versteht sich alles, was vom Schwerepunkte gesagt worden.

V. So lange also eine Stange senkrecht auf die Hand gehalten wird, läßt sie sich ohne sonderbare Mühe in der Höhe erhalten; wird sie geneigt, wächst die Beschwerniß; biß sie in der horizontalen Richtung den größten Grad erhält.

§. 181.

VI. Mithin behält das Theorem (§. vorg.) die vorige Richtigkeit, ob die Aerme der Stange in gerader Linie liegen, oder einen Winkel formiren; wenn nur die Gewichter auf beede Aerme senkrecht wirken (Fig. XII.). Denn in jedem Falle wirkt M und m auf den Zusammenhang in c, wie das Produkt

dukt aus dem Gewichte und der Entfernung. Sind die Produkte gleich, wird der Arm ec von cb eben so stark, als cb von ec Mittels des Zusammenhanges bey c gezogen werden, und folglich eine gegenseitige Ruhe entstehen.

§. 182.

VII. Wird aber das Gewicht m unter dem schiefen Winkel cbd angebracht, ist es nur alsdenn mit M im Gleichgewichte, wenn m : M = ec : cd. Denn in diesem Falle ist die Wirkung von m auf c = m . cd; eben so, als wenn das Gewicht m an dem Arme cd in d angebracht wäre. Dieses deutlich zu beweisen nenne ich die absolute Kraft von m = V, und die senkrechte = v.

Es wird also V : v = cb : cd seyn (§. 147.), weil ich mir eine schiefe Ebne denken kann. Mithin ist V . cd = v . cb, d. i. das Produkt der respectiven Gewalt, mit der m auf c wirkt, in die Entfernung cb gleicht dem Produkte der ganzen Gewalt in die Entfernung cd.

Anwendung dieser Sätze auf Maschinen.

Vom Hebel insgemein.

§. 183.

Die Mechanik betrachtet den Hebel (vectis) als eine gerade, unbiegsame, nicht schwere Linie, die sich um den Punkt auf dem sie aufliegt (als ihren **Bewegungspunkt**) frey bewegen läßt. Das, worauf der Bewegungspunkt liegt, heißt **Untersatz** (hypomochlion); der schwere Körper welcher

oder

oder zu bewegen, oder im Gleichgewichte zu halten ist, wird das **Gewicht** (pondus), jene Kraft, die angebracht wird, das Gewicht oder zu bewegen oder im Gleichgewichte zu halten, die Potenz (potentia) genennt.

§. 184.

Der Ort des Untersatzes bestimmt die Gattung des Hebels. Denn entweder ist der Untersatz zwischen der Potenz und dem Gewichte, oder das Gewicht zwischen dem Untersatze und der Potenz, oder endlich die Potenz zwischen dem Untersatze und dem Gewichte. Die Hebel von der ersten Gattung (primi generis) sind **doppelarmichte**, jene von der zwoten und dritten Gattung (secundi & tertii generis) **einarmichte**.

§. 185.

Die Potenz in einem Hebel ist wie das Produkt aus ihrer Kraft und Entfernung vom Ruhepunkte. Dieß Theorem kann der mathematischen Beweise gar leicht entrathen, nachdem wir aus physikalischen Gründen gezeigt haben, daß die Wirkung eines an einer Stange angehängten Gewichtes $= PD$ seyn müsse (§§. 179. 180.).

I. Die Potenz P hält das Gewicht M in der Ruhe, wenn das Produkt aus P und ihrer Entfernung D dem Produkte aus M, und ihrer Entfernung d gleich ist, wenn $PD = Md$.

II. Im **Gleichgewichte** ist also $P = \frac{Md}{D}$.

III. Ist aber PD größer als Md folgt die **Bewegung**.

IV. Im

IV. Im Falle der Bewegung ist die bewegende Potenz $= PD - Md$. Denn die Bewegung entsteht nur nach dem Uebermaaße der Potenz.

V. Ist der Hebel selbst schwer, muß auch diese Schwere auf die nämliche Art mit berechnet werden. (§. 179.).

VI. Weil die Entfernung der Potenz vom Ruhepunkte, oder, was eins ist, die Länge des einten Arms, an dem die Potenz angebracht ist, immer mag verlängert werden; **könnte auch die Potenz fast ins Unendliche vergrößert werden**, wenn man nur für den Zusammenhang des physikalischen Hebels gut stünde.

* Alles dieß läßt sich auch auf die Hebel von der zwoten und dritten Gattung anwenden. Nur ist zu merken, daß im Hebel von der letzten Gattung die Potenz eine kleinere Entfernung vom Untersatze habe; folglich ist die Vermehrung der Kraft (VI.) in dieser nicht eben so wie in den zwo andern Gattungen zu erhalten.

** **Erklärung alltäglicher Beobachtungen**, wie

1.) **zween Träger**, die einen schweren Körper an einer Stange halten, ungleichen Druck vermerken, wenn das Gewicht von ihrer Hand oder Schulter ungleiche Entfernung hat; denn das Gewicht kann als der Untersatz, die Hand aber als die Potenz betrachtet werden.

2.) Warum die Scheere einen Körper leichter theile, wenn oder er weniger von der Achse entfernet, oder ihre Handhebe länger ist.

3.) Wie auch ein Messer als ein Hebel kann betrachtet werden. u. s. w.

4.) Wie aus diesen Gründen die Theorie der Waage, und Schnellwaage abgeleitet werde: von denen ich gleich mehr reden werde. Zuvor nur noch ein Wort von dem

Zusammengesetzten Hebel.

§. 186.

Ein zusammengesetzter Hebel ist jener, in den allemal die Potenz mittels des vorgehenden Hebels auf den nachstehenden so wirkt, wie das Gewicht ist, mit dem die Potenz im vorgehenden Hebel das Gleichgewicht hielt.

I. **In dem zusammengesetzten Hebel gelten alle Gesetze des einfachen;** denn die Summe der Einfachen macht in der Verbindung einen Zusammengesetzten.

II. Die Potenz im Zusammengesetzten (Fig. XIII.) gleicht dem Produkte aus dem Gewichte und allen Entfernungen, getheilt durch das Produkt aller Entfernungen, $P = \frac{M \cdot ac \cdot de \cdot fg}{ab \cdot fe \cdot gh}$ (§. 185. II.). Siehe die Verbesserungen

III. Ist dieß Produkt dem Gewichte gleich, wird die Ruhe; ist es größer, die Bewegung erfolgen.

Von der Waage, Schnellwaage.

§. 187.

Die gemeine Waage ist ein Instrument von zween gleichen Aermen, welche nur alsdenn in horizontaler Richtung seyn können, wenn die an beeden Aermen von dem Ruhe und Schwerepunkte gleich weit abstehende Körper vollkom-

kommen gleiches Gewicht haben. Zur Vollkommenheit der Waage wird erfordert,

I. Daß beede Aerme vollkommen in dem Gleichgewichte sind,

II. Daß sie vollkommen gleiche Länge haben.

* Daher muß man acht haben, daß nicht etwa bey Neigung der Waage diese gleiche Entfernung von dem Bewegungspunkte mittels einiger Hacken gehoben werde; weil sonst auch gleiche Gewichter in der schiefen Richtung ruhen müßten.

III. **Daß der Schwerepunkt unter dem Bewegungspunkte stehe.** Denn die Theile des Joches müssen von ihm gleichweit entfernet seyn. Also muß er **1.) in der nämlichen Perpendiculärlinie seyn. 2.) Kann er der Bewegungspunkt** selbst nicht seyn; denn sonst würde die Waage in schiefer Richtung auch bey gleichen Gewichtern ruhen. **3.) Kann er nicht ober dem Bewegungspunkt liegen.** Denn in diesem Falle wäre alle Ruhe unmöglich, und die Waage würde bey der geringsten Ungleichheit der Gewichter überschnellen, und also unbrauchbar werden. **4.) Mithin muß er unter dem Bewegungspunkte zu stehen kommen.**

IV. **Wenn auch die Gewichter ungleich sind, entsteht in einer vollkommenen Waage die Ruhe, sobald eine hinlängliche Neigung des Joches hinzu kömmt.** Denn mit der Neigung des Joches steigt der Schwerepunkt über den Bewegunspunkt und Untersatz hinaus; mithin erhält das Gewicht in

dem höher steigenden Arme eine größere Entfernung von dem Ruhepunkte, und diese Ungleichheit der Entfernungen kann ja die Ungleichheit der Gewichter wieder gut machen.

V. **Je empfindsamer d. i. je geschmeidiger zur Bewegung das Joch ist, desto vollkommener läßt die Waage.**

VI. Mithin muß man dem Reiben auf dem Untersatze nach Möglichkeit abhelfen. Denn das Reiben mindert die Fertigkeit zur Bewegung.

VII. Das Stängelchen, das die Neigung der Waage anzeigt, muß auf dem Schwerepunkt **senkrecht**, nicht zu **schwer**, nicht zu **lang** und nicht zu **kurz** seyn. Denn wäre es zu kurz, würde die Neigung nicht **merklich**, wäre es nicht senkrecht, würde die Neigung nicht **richtig** angezeigt werden. Das Uebermaaß der Schwere oder Länge könnte den Schwerepunkt bey der Neigung an einen **andern** Ort versetzen.

VIII. Ob diese oder jene Waage **gerecht** sey? — wird durch Abwechslung der Gewichter an den Aermen entdeckt.

IX. Wenn im Joche eine verdeckte Höhle und z. B. Quecksilber in der Höhle sich befände, müßte durch das Hin- und Herfließen dieses schweren Körpers manche Aenderung im Schwerepunkte vorgehen.

* Von mehr dergleichen Betrügereyen wird ich in öffentlichen Vorlesungen reden.

** Zur Benutzung der Waage muß man die verschiedenen Abtheilungen des Gewichts inne haben. Hier liefre ich eine kleine Anzeige davon.

1.) Das

1.) Das gemeine Gewicht

1 Zentner hält 100 ℔

1 = 16 Loth

1 = 4 Quintl

Mithin ist 1 ℔ = 64 Quintl.

2.) Das Apothekergewicht

1 ℔ = 12 Unzen

1 = 2 Loth

1 = 4 Drachm.

1 = 3 Scrupel

1 = 20 Gran.

3.) Das Gewicht in der Probierkunst

Bergzentner = 1 Quintl im gemeinen Gewichte

1 = 100 ℔

1 = 32 Unzen.

1 = 4 Quintl.

Darum müssen in der Probierkunst die empfindlichsten Waagen angewendet werden. Eine genaue Beschreibung giebt Herr Crammer in seinen Elementen der Docimast. §. 303, Herr Schlütter in dem Probierbuche S. 32.

§. 188.

Alle obige Bemerkungen gelten beynahe auch bey der Schnellwaage, wenn man die Länge der Aerme ausnimmt. Man bedient sich immer des nämlichen Gegengewichtes. Dieß zeigt durch die Entfernung, in der es mit dem zuwiegenden Körper das Gleichgewicht hält, die Größe seines Gewichtes an, und ist unter dem Name Laufer bekannt. Vor allem muß man acht haben, daß der Laufer mit dem andern Arme genaues Gleichgewicht halte.

Von

Von dem Rade.

§. 189.

Wenn man einen ungleicharmichten Hebel um seinen Ruhepunkt herum bewegt, wird von dem kürzern Arme ein kleineres, von dem längern ein größers Rad, von beeden Armen eine Maschine beschrieben, die (axis in peritrochio) oder das **Rad** im strengsten Verstande genennt wird.

I. **Von dem Rade gelten alle Gesetze des Hebels.**

II. Wenn ich also den Radius vom kleinern Rade $= r$, und jenen vom größern $= R$, die Potenz $= P$, den Körper $= M$ setze; ist $P = \frac{Mr}{R}$.

III. **Es liegt nichts an der Sache,** ob um das kleinere Rad ein größeres herum sey, oder nur Querstangen durchgesteckt sind.

IV. Unter dem kleinern Rade kann auch ein liegender oder stehender **Cylinder** verstanden werden.

V. **Auch mehrere vereinigte Räder,** wenn die Zähne des ersten kleinern auf die Zähne des zweyten größern Rades u. s. w. eingreifen, **sind nichts als ein zusammengesetzter Hebel,** und behaupten die nämlichen Gesetze.

VI. Ist aber die Wirkung oder Potenz auf das Rad schief, **folgt sie auch den Gesetzen eines Winkelhebels.**

Von der Rolle.

§. 190.

Gleichwie das Räderwerk (§. vorg.) aus einem ungleicharmichten Hebel entsteht, also entsteht die Rolle (*Trochlea*) aus einem gleicharmichten Hebel, der um seinen Ruhepunkt gedrehet wird.

I. **Auf die Rolle passen alle Gesetze des gleicharmichten Hebels;** es mag die Potenz senkrecht (§. 180.), oder schief (§. 182.) angebracht seyn.

II. **In der festgemachten Rolle muß die Potenz der Last gleich seyn,** um ihr das Gleichgewicht zu verschaffen. Es können also die Kräften nicht vermehret werden.

III. **In der beweglichen Rolle,** wenn z. B. (Fig. XIV.) der Ruhepunkt in c, die Potenz in P ist, **entsteht ein Hebel von der zwoten Art;** und die Potenz ist vom Ruhepunkte noch so weit entfernet als das Gewicht M, mithin im Gleichgewichte ist $P : M = 1 : 2$, und $P = \frac{M}{2}$.

IV. Werden mehrere Rollen zusammengesetzt, und in einen Flaschenzug vereiniget; wird die Potenz vom Ruhepunkte allemal um 2 weiter entfernet; die Entfernung des Gewichtes aber bleibt $= 1$.

* Dieß gilt von beweglichen Rollen (II. III.).

V. Wenn ich also die Zahl der Rollen durch n ausdrücke, wird $P = \frac{M}{2n}$ seyn; oder wenn ich die Zahl der Stricke, den letzten abwärtsgehenden weggerechnet, $= N$ setze, ist $P = \frac{M}{N}$; weil die Zahl der Stricken noch so groß ist als jene der Rollen.

Von

Von der Schraube und dem Keile.

§. 191.

Wenn ein Körper auf einer schiefen Ebne nach einer auf die Ebne parallelen Richtung gezogen wird; so entsteht das Gleichgewicht, wenn sich die Potenz P zum Gewicht M wie die Höhe A zur Länge L verhält, d. i. P : M = A : L. Denn in diesem Falle darf nur der parallelen Gewalt des Körpers das Gleichgewicht verschaffet werden; nun aber diese verhält sich zur Ganzen M = A : L (§. 147.). Mithin muß auch $P = \frac{MA}{L}$ seyn.

§. 192.

Wird aber eben dieser Körper (§. vorg.) nach einer auf die Grundlinie parallelen Richtung gezogen; muß, um das Gleichgewicht zu erhalten, P : M = A : B (zur Grundlinie) seyn. Denn auf diese Art entsteht aus der Schwere des Körpers und der Potenz eine Gewalt, welche senkrecht auf eine Ebne wirkt, und mithin die Bewegung unmöglich macht. Dieß zu erweisen mache ich (Fig. XV.) einen < cab = < A, und eine Linie bc senkrecht auf ad. Es wird also 1.) △ abc ∽ ABC, und ac : cb = AC : CB seyn. Ferner ist 2.) Die Linie ab auch auf AB senkrecht. Denn der < cbd = BAC, weil cb und AC parallel sind; und der < bac = BAC; denn er ist gleich groß errichtet worden. Mithin ist < bac = cbd.

Weil

Weil aber $cba + bac = 180$, ist auch

$cba + cbd = 180$, und

ab senkrecht auf AB.

3.) Nun ist ab die Diagonal von ac und cb, und $ac : cb = AC : CB$ (1.); mithin erhält sie ihr Daseyn, wenn $P : M = AC : CB$ = wie die Höhe zur Grundlinie.

* Wer die Potenz, die unter jedem Winkel das Gleichgewicht hält, finden will, lese das Kästnerische Handbuch, und in Herrn Clemens Mechanick den §. 86. mir scheint der Beweis für Anfänger zu hart, und zu meinen Vorhaben unnöthig.

§. 193.

Schraube (Cochlea) heißt ein gerader Cylinder, um welchen eine schiefe Ebne unter dem nämlichen Winkel herumgezogen ist. Der Cylinder selbst, an dem die schiefe Ebne hervorsteht, und in andere gleiche Aushölungen einpaßt, wird die **Spindl** (mas), jener Körper aber in dessen Höhlungen die Spindel einpaßt, die **Schraubemutter** (cochlea femina) genennt.

I. **In der Spindl und der Schraubemutter muß die geneigte Ebne den nämlichen Winkel haben;** sonst könnten die Schraubegänge nicht aufeinander passen.

II. Da die Gewalt, mit der die Spindl bewegt wird, mit der Grundlinie parallel ist; **muß auch hier im Gleichgewichte** (§. 192.) $P : M = A : B$ seyn, d. i. **= wie die Entfernung der Schraubegänge zur Peripherie des Cylinders;** denn diese macht die Grundlinie, jene aber die Höhe der Ebne aus.

III. In einer Schraube ist also $P = \frac{MA}{B}$; und wächst mit der Entfernung der Schraubegänge im geraden, mit der Dicke der Spindel aber im verkehrten Verhältnisse.

§. 194.

Eine Schraube ohne Ende (Cochlea infinita) sind etliche Schraubegänge, die auf die Zähne eines Rades eingreifen, und selbe so lange bewegen, als die Schraube selbst umgetrieben wird. Das Rad muß also beym fortdaurenden Umtreiben um so viele Zähne bewegt werden, als Schraubegänge auf die Zähne wirken.

§. 195.

Ein Keil ist ein Instrument, das aus zwo schiefen Ebnen, in der Grundfläche zusammengefügt, entsteht.

I. Da der Keil nach der Grundlinie der schiefen Ebne getrieben wird, hat die Potenz zur Last das nämliche Verhältniß, wie auf der schiefen Ebne (§. 192.) und in der Schraube (§. 193.).

II. Die Kraft des Keils wächst also mit der Grundfläche im geraden, und mit der Höhe der zusammengefügten Ebnen im verkehrten Verhältnisse.

* In den Schneidinstrumenten ist eine Art von Keilen zu bemerken.

** Das sind nun alle einfache Maschinen, und aus diesen sind alle übrige zusammengesetzt; daher sie auch den Gesetzen des Hebels und der geneigten Ebne folgen.

Ueber

Ueber die zusammengesetzten Maschinen sind Jakob Leupold in seinem Theater der Maschinen, Gallon in einer Abhandlung der königl. Akademie zu Paris, Belidor in der hydraulischen Baukunst, Beyer in dem Theater der Mühlen mit Vergnügen und Vortheile zu lesen.

*** Ferner muß ich anmerken, daß ich in dieser ganzen Materie das Reiben (affrictus) niemals mit berechnet habe. Weil es aber viele Hindernisse verursacht, folgen kürzlich einige Bemerkungen über

Die Hauptgesetze von dem Reiben.

§. 196.

In jeder Oberfläche auch der ebnesten und glattesten Körper kommen viele Ungleichheiten, d. i. Hervorragungen und Vertiefungen der Theile vor; es kann also kein Körper über den andern hinbewegt werden, ohne daß die hervorragenden Theile oder übersprungen, oder gebogen, oder abgestossen werden. Jeder Fall hemmt die Bewegung; und dieß Hinderniß der Bewewegung nenne ich **das Hinderniß vom Reiben.**

Wenn man die Gesetze des Reibens bestimmen will; **muß man 1. auf die Größe, Figur, und Härte der hervorragenden Theile sehen.**

II. Auch auf die Geschwindigkeit der Bewegung; denn in einer geschwindern Bewegung müssen mehrere Theile oder übersprungen, oder gebogen, oder abgestossen werden.

III. Auch auf die Schwere des zu bewegenden Körpers; weil ein schweres Gewicht allemal

mal die hervorragenden Theile in die Vertiefungen des andern Körpers mehr versenkt.

IV. **Auch auf die Oberfläche des zu bewegenden Körpers;** denn mit ihr wächst die Zahl der zu überwindenden Theile.

V. Wenn die hervorragenden Theile nur zu überspringen sind; **kann die Oberfläche vermehrt werden, ohne das Reiben zu vermehren;** weil durch die nämliche Gewalt mehrere Anhöhen in einer Reihe zugleich übersprungen werden.

§. 197.

Indessen können doch von dem Reiben keine bestimmte allgemeine Gesetze für verschiedene Körper angegeben werden. Denn

I. Kann man weder die **Ungleichheit** noch die durch langes Glatmachen erhaltene **Ebne** einer **Oberfläche** richtig bestimmen.

II. Läßt sich mancher Körper anfangs **leichter;** hernach auch durch ein doppeltes Gewicht **lange nicht so merklich** zusammen drücken.

III. Muß die **Figur und der Zusammenhang** der hervorstehenden Theile in verschiedener Höhe gleichfalls verschieden seyn.

IV. Läßt sich kaum ein **Reiben** denken, wo nicht einige Theile abgestossen, gebogen, andere **nur** übersprungen werden.

V. Viel minder läßt sich die **Anzahl** der abgestossenen oder nur gebogenen oder nur übersprungenen Theile angeben.

VI. Sind

VI. Sind einige Theile **nach einer Richtung leichter als nach der andern** zu biegen, oder abzustossen.

VII. Werden in einer **geschwindern Bewegung** viele Theile übersprungen, die in einer langsamern Bewegung gebogen, oder abgestossen würden u. s. w.

§. 198.

Auch aus der Erfahrung läßt sich kein allgemeines Gesetz angeben. Von diesem überzeigen uns die mühsamsten und richtigsten Versuche der großen Mechaniker. Van Muschenbröck (*a*) könnte nicht einmal ein Verhältniß des Gewichtes mit der Größe des Reibens entdecken, ob er es schon in verschiedenen Hölzern und mit verschiedenen Gewichtern versuchte. Eben so war seine Mühe in Untersuchung der Metalle (*b*) umsonst. Die Bemühungen des Amantons (*c*), de la Hire (*d*), Leibnitz (*e*), Parentius (*f*), Bellidor (*g*) u. a. m. sind selbst aus dem schlechten Erfolge, ein allgemeines Gesetz ausfindig zu machen, nur gar zu bekannt.

§. 199.

I. Was aus den Versuchen gewiß ist?

1.) Die Körper reiben sich meistentheils an **gleichartigen** Theilen mehr als an andern.

2.) Der

(*a*) Institut. Phys. Cap. IX. de attritu §. 405.

(*b*) Eben daselbst.

(*c*) Les Memoires de l'Academie Royal de l'année 1699.

(*d*) l'Histoire de même année.

(*e*) Berlin 1. Band.

(*f*) l'Histoire de l'Acad Royal ann. 1700 und 1704.

(*g*) Wasserbaukunst 1. B. 2. K.

2.) Der **Stahl** reibt am wenigsten auf **Meßing**, stärker auf **Bley**, noch stärker auf **Kupfer**, am stärksten auf Stahl.

3.) Das **Holz** reibt sich mehr, wenn der Körper über die Fibern Quer, als in gleicher Richtung mit ihnen bewegt wird, u. s. w.

II. Mittel wider das Reiben. Alles hilft wider das Reiben, was immer die Ursache des Reibens tilgt oder vermindert, wenn

1.) Die **Oberfläche** des berührenden Körpers **vermindert**,

2.) wenn die Oberfläche **glat gemacht**, oder die Vertiefungen durch einen weichen und schlüpfrigen Körper ausgefüllet werden,

3.) wenn Körper von verschiedener Art vereinigt werden (I. 2.),

4.) der Bewegung eine bequemere Richtung gegeben wird (I. 3.),

3.) wenn die Körper nicht so fast übereinander hinglitschen, als vielmehr gedreht werden.

* Auch in diesen Mitteln rathet die Erfahrung Ausnahme; so z. B. nützt die Fette nichts, wenn Holz auf Holz gerieben wird.

Drit-

Drittes Kapitel.

Gesetze der flüßigen Körper.

§. 200.

Hier kann blos von dem Gleichgewichte der flüßigen Körper in einer größern Masse die Rede seyn. Denn die kleinsten Theilchen der flüßigen Körper, in soweit sie schwer, und als kleine feste Körperchen anzusehen sind, folgen im Gleichgewichte den festen Körpern (K. vorh.). Ferner wie ein einzelner Tropfe ruhen, wie seine Figur nach Verschiedenheit der Körper, an denen er hängt, verschieden seyn müsse, davon haben wir schon im ersten Theile das Nöthige gesagt (§§. 64. 65. 66. 67.).

Von dem Drucke und Gleichgewichte überhaupt.

§. 201.

I. Hauptsatz. Der senkrechte Druck eines gleichdichten Körpers ist in jedem Horizontalschnitte, und auf dem Grundschnitte selbst, wie die Perpendiculärhöhe. Eine ruhige Masse eines flüßigen Körpers zu denken, muß man alle Theile oder senkrecht, oder schief aufeinander liegen denken. In der senkrechten Lage ist der Druck und die Vielheit der Theile wie die Höhe, in der schiefen ist zwar die Vielheit der Theile wie die Länge, aber die Gewalt des Druckes, wie die Höhe (§. 147.).

§. 202.

II. Hauptsatz. Wenn flüßige Körper von verschiedener Dichtigkeit in Vergleich kommen, verhält sich ihr senkrechter Druck P wie das Produkt aus der Höhe A, und der specifischen Schwere, P = AG. Der Druck entsteht aus der Schwere, und Zahle der übereinanderliegenden Theile, die der Höhe proportionál ist: folglich P = GA.

Folgesätze. I. Die Oberfläche aller flüßigen Körper muß mit der Horizontalfläche parallel seyn. Denn sonst entstünden Vertiefungen, und Erhöhungen, die allemal den Druck verschieden, und die Ruhe unmöglich machen.

II. Läßt sich der flüßige Körper zusammen drucken; so kann der Druck auch im nämlichen Körper durch die Höhe allein nicht gemessen werden. Denn nicht nur Höhe, selbst die Dichtigkeit der tiefliegenden Theile muß beträchtlicher werden.

§. 203.

III. Hauptsatz. Der Druck ist durch die ganze Horizontalfläche in jeder bestimmten Höhe gleich. Jeder gedrückte Theil drückt mit der nämlichen Gewalt zurücke, mit welcher er gedrückt wird. Nun aber jeder Theil wird nicht nur nach senkrechter, sondern nach jeder möglichen Richtung wegen der erstaunlichen Theilbarkeit und Feinheit der kleinsten Theilchen

chen gedrückt; und würde wegen der **Flüßigkeit** auch nach jeder Richtung bewegt werden, wenn nicht von allen Seiten ein gleicher Widerstand entgegen wirkte. Wie könnte aber dieser Widerstand durchaus gleich seyn, wenn nicht alle **Theile** nach allen **Richtungen** mit gleicher **Gewalt** gedrückt wären? Mithin rc.

I. Da die flüßigen Theilchen auch an die Wände des Gefäßes hingedruckt werden, und diese hindrückende Gewalt allemal im Verhältnisse mit der Höhe steht; drücken auch die Wände mit gleicher Gewalt zurücke. **Es ist also das nämliche, ob ein Wassertheilchen unmittelbar auf die Wände des Geschirrs, oder auf andere Wassertheilchen drücke.**

II. Es mag das Geschirr gleichförmig, oder aber oben oder unten weiter seyn (vas divergens); **so muß dennoch der Druck in jedem Theile der nämliche seyn, so lang die nämliche Höhe bleibt** (§. 147.).

III. **Auch die Neigung, Krümmung, und was immer für ein Form des Geschirrs ändert den Druck bey gleicher Höhe nicht.**

IV. **Selbst dort bleibt der nämliche Druck, wenn ein kleines Rohr in ein größers Geschirr hineingesenkt ist, und dieß vollkommen schließt** (Fig. XVI.) Denn z. B. die kleine Wassersäule ab drückt auf das Wasser in dem Geschirre, wie ihre Höhe, und die specifische Schwere ist, und muß so lang herunter sinken, bis der Widerstand des übrigen Wassers dem Drucke gleich kömmt. Ruht einmal die Säule ab,

muß in jeder Höhe des ganzen Geschirrs der Druck, wie die Höhe der Wassersäule in dem engen Rohre ab seyn, das ist, vollkommen jenem Drucke gleich, welcher erfolgen müßte, wenn ein gleichförmiges Geschirr ABDC mit Wasser in gleicher Höhe z. B. bis cd gefüllet wäre. Aus eben diesem Grunde muß der Deckel EFG mit jener Gewalt in die Höhe gedruckt werden, als die Gewalt von EGcd mit sich brächte.

* Obschon der Druck auf den ganzen Boden AB dem Produkte des Bodens und der Höhe der kleinen Wassersäule gleich ist; so kann dennoch der Druck des Geschirrs auf den Untersatz nicht größer als das Gewicht des Geschirrs, und die Masse des Wassers seyn. Denn der Boden hängt mit den Seiten des Geschirrs zusammen, und dieser Zusammenhang erträgt den ganzen Druck. Ein beweglicher Boden würde einen Ausnahm machen.

§. 204.

In zweyen oder mehrern Geschirren; die durch einen Kanal verbunden sind, **erhält der flüßige Körper sein Gleichgewicht; wenn das Produkt der specifischen Schwere und der Höhe in einem dem Produkte in dem andern Geschirre gleich ist.** Denn auf solche Art ist Druck und Gegendruck einander gleich (§. 202.).

I. Wenn also die flüßigen Körper an der specifischen Schwere gleich sind, **wird das Gleichgewicht von gleichen Höhen bestimmt.**

II. **Ist aber die Schwere verschieden, so hält sie mit den Höhen verkehrte Pro-**

por-

portion; denn wenn P : p = AG : ag, muß A : a = g : G seyn, um das Gleichgewicht herzustellen.

III. Läßt sich der flüßige Körper, z. B. die Luft zusammendrücken; so kann im Gleichgewichte mit einem andern weder auf seine Dichtigkeit, noch auf die Höhe richtig gefolgert werden; Denn die specifische Schwere wächst mit der Höhe, und die Höhe nimmt nach Maaße des Zusammendruckes nicht genau ab.

* Ein einziger Fall fodert Ausnahm; nämlich, wenn beede Körper gleich stark zusammen gedrückt würden, und das Zusammendrücken mit der Höhe genau abnähme.

IV. Alle diese Regeln behalten ihre Richtigkeit, so verschieden die Figur und der Durchschnitt des Geschirrs immer seyn kann; denn jedes Theilchen wird in gleicher Höhe gleich gedrückt, ohne daß die Weite oder Enge des Geschirrs eine Aenderung machen kann.

* Das ist der Grund des anatomischen Hebers.

V. Wird in einem Geschirre durch Zugießen die Höhe vermehrt; muß sie auch in dem andern vermehret werden.

* Hier möchte man zweifeln, ob, wenn (Fig. XVII.) in dem Rohre ab Wasser aufgegossen wird, die ganze Säule cd, oder nur mn erhöhet werde, und alsdenn in der Oberfläche zerfließen müße. Ich antworte: wenn das Wasser in das kleinere Rohr zu geschwind aufgegossen wird, als daß es sich in op nach Maaß der Geschwindigkeit vertheilen könnte, oder wenn die Höhe om eben nicht beträchtlich wäre; wird die kleinere Säule in der Mitte allein erhöhet, weil das zugegossene Wasser Macht genug hat, die mittlere Säule unmittelbar zu erhöhen, daß sie sich hernach oben zertheile. Im Gegen-

theile wird die kleinere Säule zwar in etwas, doch unmerklich, erhöhet, und hernach durch den etwas stärkern Druck die nachfolgenden Theilchen seitwärts fließen machen. Diese Erklärung rechtfertiget folgender Versuch. Ich füllte das engere Rohr mit schwarzen undurchsichtigen, das weitere mit hellem Wasser. und streute auf die Oberfläche kleine Erdetheilchen hin. Das schwarze Wasser zerfloß unten in der Horizontalrichtung; in der Oberfläche aber entstund nur alsdenn eine Bewegung, wenn oder das Eingießen des Wassers mit größerer Geschwindigkeit geschah, oder die Höhe im größern Geschirre ziemlich klein war.

** Von diesen Gesetzen verspricht sich die Erklärung der Wasserleitungen in der Partikularphysik große Dienste. Auch in der allgemeinen Physik werden wir bald hernach die Bestimmung der specifischen Schwere in verschiedenen flüßigen Körpern aus diesen Gründen herholen. Itzt reden wir

Vom Gleichgewichte an den Wänden der Gefäße, und in den Haarröhrchen.

§. 205.

Wenn die Materie der Gefäßen die Theile des flüßigen Körpers stärker oder schwächer anzieht, als sich diese untereinander anziehen (§§. 64. 65.); kann die flüßige Oberfläche unmöglich horizontal seyn. Denn wegen der Schwere allein stünde der Körper in einer vollkommnen Horizontalebne (§. 202.). Kommen nun zur Schwere noch andere Kräften hinzu; muß der flüßige Körper

sich

sich gegen die Wände oder erhöhen, oder vertiefen, je nachdem die Wände mit stärkerer oder schwächerer Gewalt den flüßigen Körper anziehen, als sich dessen Theile selbsten untereinander anziehen.

I. Sowohl in der Erhöhung als Vertiefung der flüßigen Theilchen kömmt es lediglich **auf das Uebermaaß der Kräften an.**

II. Wie nun dieses Uebermaaß bey verschiedenen Gefäßen und flüßigen Körpern verschieden ist; **also muß auch der Grad von Erhöhung oder Vertiefung verschieden seyn.**

III. Indessen kommen bloß die äusserste Theile der Gefäße mit in die Rechnung; denn nur diese wirken auf den flüßigen Körper. Z. B. in einem vorgoldeten Becher muß man nur auf das Gold, in einem mit Fette überschmierten Glase nur auf die Fette sehen.

* Warum wird etwa ein Luftbläschen, auch in einer ziemlichen Entfernung gegen die Wände des Gefäßes hingetrieben? Liegt vielleicht in den anziehenden Kräften der Wände der Grund? — Allein die Entfernung ist zu groß, und die anziehende Kraft äußert sich nur in den kleinsten Abständen. Ich glaube, das Luftbläschen werde von dem Wassertheilchen selbst gezogen, nicht als wenn ihre Kraft stärker wäre, sondern weil ihrer mehrere von der Anhöhe wirken. Eben darum mag es geschehen, daß in einer convexen Oberfläche dergleichen Luftbläschen von den Wänden gegen die Mitte bewegt werden, und nur dort ruhen können.

§. 206.

§. 206.

Ein Haarröhrchen heißt jedes Röhrchen, dessen Durchmesser 1‴ $\frac{1}{2}$ nicht übertrift. Man kann es aus lauter Ringen zusammengesetzt denken. Je nachdem diese Ringe gleich sind, oder es nicht sind; nennt man die Haarröhrchen **gleichförmige**, oder **ungleichförmige**.

Versuche. I. Beynahe alle Materien lassen sich zu Haarröhrchen arbeiten.

II. Das nämliche Haarröhrchen zieht flüßige Körper von verschiedener Art verschieden an.

III. Der nämliche flüßige Körper wird von Haarröhrchen verschiedener Art verschieden angezogen (§§. 64. 65. 67.).

IV. Ihre Figur leidet auch allerhand Gestalten.

§. 207.

I. Hauptregel. Der flüßige Körper kann in den Haarröhrchen nicht gleiche Höhe mit der übrigen Oberfläche haben, wenn er von der Materie des Röhrchens stärker, oder schwächer angezogen wird, als sich seine Theile ziehen. Denn im ersten Falle entsteht eine Erhöhung, im zweyten eine Vertiefung (§. 205.).

* Die Versuche, welche Stoff zum Beweisen hergeben, sind meistentheils mit den gläsernen Haarröhrchen angestellt. Deutlichkeit halber werde ich mich in Bestimmung der Gesetze auch nur gläserner Röhrchen bedienen, ohne der Allgemeinheit der Beweise zu nahe zu kommen; die Anwendung auf andere Röhrchen bleibt immer eine leichte Sache.

§. 208.

II. Hauptregel. Nur jener Ring des Röhrchens, der an dem Wasser oben unmittelbar der nächste ist, kann die Erhöhung des Wassers bewirken. 2.) Und bey der Erhöhung muß Schwere und Zusammenhang der Wassertheilchen unter sich überwunden werden. Denn die Ringe unter der Oberfläche des Wassers können die Erhöhung des Wassers nicht bewirken; weil sie die unter sich stehende Wasserfläche nicht stärker aufwärts, als die ober sich stehende abwärts ziehen. Auch jene Ringe die ober der Wasserfläche weiter entfernet sind, können unmögiich der hinlängliche Grund zur Erhöhung des Wassers seyn, auf das sie nicht wirken können, bis es durch andere Ursachen in kleinere Abstände heran gezogen wird. Also kann nur durch jene Ring, der an der Oberfläche des Wassers der nächste ist, die Erhöhung des Wassers wirklich werden. Der zweyte Theil des Satzes ist vor sich selbst klar genug; denn die Erhöhung einiger Wassertheilchen läßt sich unmöglich ohne alle Trennung von den übrigen denken. Diese Trennung fodert Ueberwindung des Zusammenhanges, und der Schwere, als ein nothwendiges Bedingniß zur Bewegung in entgegen gesetzter Richtung.

I. Die Erhöhung geschieht also nicht durch die ganze anziehende Kraft des anziehenden Ringes, sondern nur durch das Uebermaaß dieser Kraft über jene des Zusammenhanges.

II. Wenn

II. Wenn ich also die ganze Kraft des Röhrchens = V, und jene der Wassertheilchen = v annehme, gleicht die erhöhende Kraft = V — v, welche ich hinfüro = W nennen werde.

III. Ist das Gewicht des erhöhten Körpers der Kraft W gleich; **so wird die Bewegung unmöglich.** Denn auch die fernere Erhöhung geschieht nur durch das Uebermaaß der Kräften.

* Die Gesetze der Haarröhrchen kürzer zu beweisen, will ich die erhöhenden Kräften W : w, die Höhen der flüßigen Körper in den Röhrchen über die übrige Oberfläche A, a, die specifische Schwere G, g, die Durchmesser D, d, und die Gewichte P, p nennen.

IV. Haben die Röhrchen ungleiche Durchmesser; **ist die erhöhende Kraft = WD.** Denn die Kraft wächst wie die Vielheit der Theile, und diese wie die Peripherie, oder, was eines ist, wie der Durchmesser.

V. Der flüßige Körper wird sich so lang in das Röhrchen erhöhen, bis P = WD (III.). Es ist also WD : wd = P : p.

VI. Das Gewicht der erhöhten Säule gleicht dem Produkte des Innbegrifes in die specifische Schwere; der Innbegrif aber gleicht dem Produkte der Höhe in das Quadrat des Durchmessers = AD^2. Mithin ist $P = AD^2G$, und $WD : wd = P : p = AD^2G : ad^2g$.

VII. Ist G = g, wird

$$WD : wd = p : p = AD^2 : ad^2.$$

VIII. Wenn D = d, ist

$$W : w = AG : ag, \text{ und}$$

$$A : a = \frac{W}{G} : \frac{w}{g},$$

d. i.

d. i. in den Röhrchen von gleicher Materie und gleichem Durchschnitte sind die Höhen der flüßigen Körper mit den erhöhenden Kräften im geraden, mit der specifischen Schwere im verkehrten Verhältnisse.

§. 209.

IX. Sind aber die Röhrchen nur in dem Durchmesser ungleich; ist $A : a = d : D$. Denn

$P : p = WD : wd$ (§. vorg. V.), und

$P : p = AD^2 : ad^2$ (§. vorg. VII.): mithin ist

$AD^2 : ad^2 = WD : wd$,

$A : a = \frac{WD}{D^2} : \frac{wd}{d^2}$; und weil $W = w$ gesetzt wird,

$A : a = \frac{1}{D} : \frac{1}{d}$

$= d : D$.

Mithin $AD = ad$.

§. 210.

X. In den nämlichen Röhrchen (§. vorg.) sind die Quantitäten der flüßigen Körper, oder $Q : q = D : d$. Denn

$Q : q = P : p$

$= AD^2 : ad^2$; und weil $AD = ad$ (§. vorg.),

$= \frac{AD^2}{AD} : \frac{ad^2}{ad}$

$= D : d$.

* Die Allgemeinheit dieser Gesetze leidet nicht dabey; man mag die Röhrchen in schiefer oder senkrechter Richtung in den flüßigen Körper hineinlassen. Nur das ist im ersten Falle zu bemerken, daß W nicht das ganze

Gewicht,

Gewicht, sondern nur die respective Schwere (§. 147.) bewegen, und nur mit dieser das Gleichgewicht halten müsse.

** Ferner haben wir bisher nur von gleichförmigen Röhrchen (§. 206.) gehandelt; von dem Besondern der ungleichförmigen reden wir im folgenden §.

§. 211.

III. Hauptregel. Der flüßige Körper wird in einem ungleichförmigen Röhrchen von den Ringen, derer Durchmesser kleiner sind, mit größerer Gewalt gezogen. Denn obgleich in dem größern Ringe (§. 208. IV.) die ganze Kraft **für sich betrachtet** größer ist, so wirkt doch die Kraft im kleinern Ringe **auf jeden bestimmten Theil** des flüßigen Körpers ungemein stärker; weil der nämliche Theil des flüßigen Körpers, je kleiner die Abstände von den Theilchen der Röhrchen sind, von desto mehrern Theilen angezogen wird.

* Weinprecht giebt davon einen geometrischen Beweis Comment. Acad. Petrop. Tom. IX. 1737. §. 19.

I. Wenn in den Röhrchen der Durchmesser mit der Höhe abnimmt; muß der flüßige Körper nothwendig höher steigen.

II. Nimmt er mit der Höhe zu; wird das Wasser von jedem kleinern Ringe mit einem kleinen Uebermaaße zurück gehalten.

III. Im ersten Falle geschieht das Aufsteigen mit größerer Geschwindigkeit als im zweyten.

* Hier liegt der Grund jenes bekannten Versuches, welchen H. Jurin zuerst mit 3 Haarröhrchen angestellt, derer eins gleichförmig, zwey ungleichförmig waren, doch so, daß bey einem der Durchmesser mit der Höhe zu, bey dem andern ordentlich abnahm. Das Wasser stand in allen dreyen ruhig dort, wo die Ringe gleich waren.

** Nach diesen Gesetzen wird unschwer erklärt, daß sich die flüßigen Körper nicht nur an der Oberfläche der festen anhängen, sondern auch in die Zwischenräume dringen, wie z. B. das Oel in den Dacht, das Wasser in Holz, Leder, Leinwand, Wolle, Schnee ꝛc.

§. 212.

Fernere Beobachtungen in den gekrümmten Haarröhrchen.

I. Wenn der Arm ad eines gekrümmten Haarröhrchens adc (Fig. XVIII.) eine kleinere Höhe hat als jene ist, welche sonst der erhöhte flüßige Körper in diesem Haarröhrchen erreichen würde, und in den flüßigen Körper gestossen wird; **so wird nicht nur der Arm ad, sondern auch der abwärts stehende dc ganz gefüllt;** so lang er immer ist. 2.) Wenn aber die Höhe des eingesenkten Armes jene übertrift, in die sich sonst der flüßige Körper erhebt; **wird das Röhrchen nur bis zur gewöhnlichen Höhe gefüllt.**

II. Hält man ein so gekrümmtes und gefülltes Röhrchen in der Luft frey, und ist die Differenz der Höhen bc nicht größer als jene, zu der sich sonst das Wasser erhebt; **so fließt nichts heraus.** 2.) Ist sie aber größer,

so

so währt das Herausfließen so lange, bis der flüßige Körper in der sonst gewöhnlichen Höhe steht.

III. Bleibt aber der einte Arm in dem flüßigen Körper; fließt er immer durch den andern Arm: wenn anders seine Oeffnung um eine und die andere Linie über die Oberfläche des flüßigen Körpers außer dem Geschirre hinunter reicht, z. B. bis in e.

§. 213.

Zureichender Grund dieser Beobachtungen.

I. Nicht nur ein Arm, sondern auch der andere muß ganz gefüllet werden, wenn der eingesenkte ad nicht so hoch ist, als ansonst die Höhe des flüßigen Körpers in dergleichen Röhrchen austrüge. Denn das Aufsteigen des flüßigen Körpers dauert so lange, bis $W = P$ wird. Nun aber dieß bleibt im gegebenen Falle unmöglich.

II. Hat aber der eingesenkte Arm eine größere Höhe, so wird $W = P$, ehe der ganze Arm gefüllet ist.

* Die Sache deutlicher zu erklären, muß man sich zuvor überzeugen, daß der letzte Ring des Haarröhrchens, durch den sich der flüßige Körper ausgießen soll, zum wirklichen Ausfließen eben nichts beytrage. Denn so bald das Wasser unter diesen Ring kömmt, zieht er es mit der nämlichen Gewalt zurücke, mit der das ober ihn stehende von ihm abwärts gezogen wird. 2.) Ist durch die einte Oeffnung kein Ausfließen möglich, ohne

daß

daß der flüßige Körper oder von der anderten Oeffnung, oder aber von sich selbst getrennet werde. Nun aber beydes bleibt schlechterdings unmöglich; denn die anzie̲de Kraft bey a, wo die Absönderung geschehen müßte, ist dem Gewichte des flüßigen Körpers in der angezeigten Höhe gleich (W = P §. 208. V.). Ist nun bc kleiner, so kann die Kraft bey a von dem flüßigen Körper in bc unmöglich überwunden werden. Und dennoch müßte das geschehen, wenn bc jene Höhe übertrift, welche sonst der flüßige Körper in diesem Röhrchen erreichen würde. In diesem Falle würde ja das Gewicht des flüßigen Säulchens größer seyn, als die zurückhaltende Kraft des Ringes a (§. 208. III.). Auch eine Absönderung in d oder anderswo von flüßigen Theilen ist unmöglich; **einmal**, weil der Zusammenhang des flüßigen Körpers an und vor sich erklecklich ist, sein eigenes ganzes Gewicht in der gewöhnlichen Höhe zu tragen. **Hernach**; weil dadurch offenbar ein luftleerer Raum entstehen müßte, das für sich unmöglich ist, wie wir unten zeigen werden. Es muß auch niemand irre machen, daß ich nur das Gewicht in bc, und nicht jenes von dem gan- ganzen Arm dc berechne, wenn von der Gewalt auf den Zusammenhang in a die Rede ist. Denn db ist mit ad im Gleichgewichte, und kann zur Ueberwindung des Zusammenhanges mit a eben nichts beytragen.

III. **Durch eine ganz kleine Differenz (§. vorg. III.) der Armeshöhen muß das Ausfließen bewirket werden;** weil nicht der Zusammenhang mit einem Ringe des Röhrchens, sondern nur jener

der

der flüßigen Theilchen unter sich, und zwar nicht der Zusammenhang einer ganzen Lamelle, die einen Ring des Röhrchens ausfüllt, sondern nur dessen Peripherie allein muß überwunden werden. Denn nur in der Peripherie wird diese Lamelle von andern flüßigen Theilchen abgesöndert. Dazu erklecket ein ganz kleines Gewicht; und wie durch dieses das wirkliche Ausfließen anfängt, also muß es auch fortgesetzt werden, so lang die Oeffnung des kürzern Armes den flüßigen Körper berührt.

* Alle diese Erklärungen zeigen ganz deutlich, wie vergeblich viele Physiker die Ursache dieser Beobachtungen in dem Drucke der Luft gesucht haben.

** Ueber gegenwärtige Materien kann man Muschenbröck Diss. Phys. Experim. C. V. Exper. I. II. III. XIII. Joseph Weinbrecht in Actis Academ. Reg. Petrop. Tom. IX. ad an. 1737, Sirgogne Instit. Phys. Newton. und meine Abhandlung de vasis capillaribus P. I. C. II. nachlesen.

*** Die Anwendung dieser Materie macht die sonderbare Physik in dem Thier- und Pflanzenreiche.

Von dem Gleichgewichte der flüßigen Körper mit den festen.

§. 214.

I. Hauptsatz. Ein fester Körper, auf den flüßigen hingelegt, muß sich in diesen so lang hineinsenken, und abwärts steigen, bis der von seinem Innbegrife ausge-

geschlossene flüßige Theil ein solches Gewicht erhält, das dem eingesenkten gleich kömmt. Denn der feste Körper senkt sich so lang, bis die entgegenwirkende Kraft seinem Gewichte gleicht. Nun aber Wirkung und Gegenwirkung wird nur im angenommenen Falle einander gleich.

I. Hat der feste Körper mit dem flüßigen einerley specifische Schwere; wird er ruhen, alsbald er ganz eingesenkt ist. Denn schon dort gleicht das Gewicht des ausgeschlossenen flüßigen Körpers jenem des eingesenkten.

II. Ist er aber specifisch leichter, als der flüßige; wird eine völlige Einsenkung unmöglich: weil die Gleichung zwischen dem Gewichte des eingesenkten und des ausgeschlossenen Körpers schon eher ihre Wirklichkeit erhält.

* Daher die Einsenkung desto kleiner wird, je größer das Uebermaaß der Schwere im flüßigen Körper ist.

III. Wäre er endlich specifisch schwerer, müßte er nothwendig zu Boden fallen, wenn anders der flüßige Körper durchaus gleich dicht ist. Denn in diesem Falle kann die Gegenwirkung niemal seinem Gewichte gleich kommen.

IV. Hat der flüßige Körper in größerer Höhe größere Dichtigkeit; so muß der feste Körper so lange sinken, bis seine und des Flüßigen Schwere gleich werden. Aber auch dort kann er wegen der Geschwindigkeit,

keit, die er im Fallen erhalten hat, nicht so gleich, sondern erst nach wiederholten und immer abnehmenden Schwingungen (§. 28. III.) ruhen.

* Aus diesen Gesetzen läßt sich erklären,

1.) warum ein Schif nicht untergehe,

2.) und, wenn es schwerer beladen ist, tiefer,

3.) endlich aber gar versenket werde;

4.) wie die Fische in dem Wasser auf und absteigen,

5.) Was das Verhältniß der specifischen Schwere zum Flug der Vögel beytrage,

6.) wie es mit der Bewegung des Cartesianischen Teufels hergehe,

7.) wie in dem nämlichen Wasser der erwärmete Körper steige, und der erkaltete falle,

8.) warum ein Kadaver untergehe, bey angehender Fäulniß wieder aufsteige, und hernach wieder zu Boden sinke.

9.) wie und wann ein Thier im Wasser schwimme,

10.) Warum metallene Gefäße im Wasser nicht untergehen, und endlich

11.) wie man die Wasser- Wein- und Salzwaage verfertigen und gebrauchen müsse.

§. 215.

II. Hauptsatz. Der Innbegrif des ins Wasser gesenkten Theiles verhält sich zum Innbegrif des ganzen Körpers, wie die specifische Schwere des festen zu jener

des flüßigen Körpers im Falle daß dieser specifisch schwerer ist. Das Gewicht des ganzen festen Körpers ist dem Gewichte des ausgeschlossenen Wassers vollkommen gleich (§. vorg.); mithin ist die specifische Schwere des Wassers zu jener des festen Körpers verkehrt, wie der Innbegrif des festen Körpers zum Innbegrif des ausgeschlossenen Wassers. Es ist aber auch der Innbegrif des Wassers jenem des eingesenkten Theiles gleich; mithin muß sich der Innbegrif des ganzen Körpers zu jenem des eingesenkten Theiles, wie die specifische Schwere des Wassers zu jener des eingesenkten Körpers verhalten, d. i. wenn ich die Innbegrife V, v, und die Schwere G, g heiße, wird $G:g = v:V$ seyn.

I. Ich kann also aus der vorher bekannten Proportion der specifischen Schwere ausfindig machen, **wie weit z. B. ein Schiff müsse eingesenkt werden**, oder, wenn die Einsenkung bekannt ist, **wie sich die specifischen Schweren untereinander verhalten.**

II. Eben so kann man aus dem bekannten Gewichte des ganzen Schiffes, und dem Gewichte eines Cubickschuhes vom Wasser **die Grade der Einsenkung**, oder aus diesem, und aus der Schwere eines Cubickschuhes vom Wasser **das Gewicht des ganzen Schiffes** leicht angeben. Denn wenn man den Innbegrif eines Cubickschuhes $= v$ und seine Schwere $= p$, den Innbegrif des eingesenkten Theiles $= V$, und die Schwere des ganzen Schiffes $= P$ annimmt, wird $P:p = V:v$; $P = \frac{Vp}{v}$, und $V = \frac{Pv}{p}$ seyn.

§. 216.

III. **Hauptsatz.** Die Wirkung des in einen flüßigen eingesenkten Körpers auf das, an dem er hängt, oder zuvor gehangen hat, nimmt in dem nämlichen Verhältnisse ab, in welchem das Gewicht des ausgeschlossenen flüßigen Körpers zunimmt. Denn die Wirkung des flüßigen auf den festen gleicht dem Gewichte des ausgeschlossenen (§. 214.); mithin trägt der flüßige Körper so viel, als sein Gewicht ausmacht, d. i. die Wirkung auf das, auf was der feste Körper vorher gewirket hat, nimmt im nämlichen Maaße ab, in dem das Gewicht des ausgeschlossenen zunimmt.

I. Ist also der eingesenkte Körper oder von gleicher oder gar von kleinerer specifischen Schwere als der flüßige, wird jener ganz von diesem getragen; folglich ist alle Wirkung auf einen andern Körper unmöglich.

II. Ist aber seine specifische Schwere größer, verliert er nur einen Theil seiner Kraft auf andere Körper.

§. 217.

III. Der Verlurst des Gewichtes in dem nämlichen Körper, wenn er in mehrere flüßige Körper von verschiedener Schwere ganz versenkt ist, verhält sich wie die specifische Schwere eben dieser flüßigen Körper.

Denn

Denn der Innbegrif des ausgeschlossenen bleibt immer gleich;, also verhält sich sein Gewicht, wie die specifische Schwere; nun aber der Verlurst ist dem Gewichte gleich, mithin auch der Schwere. $A : a = G : g$, wenn ich den Verlurst A, a und die Schwere G, g heiße.

§. 218.

IV. **Wenn aber verschiedene Körper von gleichem Gewichte in dem nämlichen flüßigen z. B. im Wasser gewogen werden, haben die verlohrnen Gewichter mit der specifischen Schwere der eingesenkten Körper ein verkehrtes Verhältniß.** Der Verlurst des gewichtes ist dem Gewichte des ausgeschlossenen Wassers gleich, dieß ist wie der Innbegrif, weil der flüßige Körper von der nämlichen Art angenommen wird. Der Innbegrif ist mit der specifischen Schwere im verkehrten Verhältnisse: mithin 2c.

* Wenn ich die Schwere $G : g$ das verlohrne Gewicht $A : a$ den Innbegriff $V : v$ nenne, erhält der Beweis die faßlichste Form:

$$A = V$$

$$V = \frac{1}{G}$$

Mithin auch $A = \frac{1}{G}$

und $G : g = a : A = v : V$.

** Diese Wahrheiten (§. vorg. und gegenw.) setzen van Muschenbröck (a) in den Stand, die specifisch

 Schwe-

(a) Instit. Phys. P. I. am Ende.

Schwere der meisten Körper zu entdecken, wie aus nachstehendem Tabellauszuge offenbar ist.

Metalle.

Kupfer	japonisches	9, 000.
	schwedisches	8, 784.
	geschlagenes	2, 991.
Meßing	geschlagener	8, 349.
	gegossener	8, 000.
Silber	feines	11, 091.
Gold	feinstes	19, 640.
Bley	deutsches	11, 310.
	englisches	11, 325.
Quecksilber	deutsches	14, 000.
	100 mal mit Gold destillirtes	13, 550.
	100 mal mit Silber destillirtes	13, 580.

Steine und Glas.

Achat	der englische	2, 512.
	Bleichrothe	2, 631.
Diamant		3, 517.
Alabaster		1, 872.
Arsenik	rother	3, 223.
	gelber	3, 313.
Magnet		4, 585.
Selenit		2, 322.
Smaragd		3, 095.
Kiesel		2, 542.
Sand	weißer	2, 631.

Glas

Glas	weißes englisches	3, 510.
	gemeines grünes	2, 666.

Salze.

Alaun	1, 714.
Borax	1, 720.
Pottasche	3, 112.
Salpeter	1, 900.
Salmiak	1, 453.
Glaubers Wundersalz	2, 246.

Gehölze.

Ahorn	0, 755.
Erle	0, 800.
Pomeranzenholz	0, 705.
Bux	1, 031.
Kirschholz	0, 715.
Buche	0, 783.
Eschenholz	0, 734.
Wacholder	0, 556.
Pappeln	0, 383.
Linde	0, 604.
Ulmenholz	0, 600.

Flüßige Körper.

Wasser	Regen	1, 000.
	Meer	1, 030.
	Brunnen	0, 999.
	Fluß	1, 009.

Schei=

Wasser	Scheide	1, 300.
	König	1, 234.
Oel	Mandel	0, 928.
	Nelken	1, 034.
	Zimmet	1, 035.
	Oliven	0, 913.
	Terpenthin	0, 792.
Wein	Burgunder	0, 953.
	Champagner	0, 962.
	Moseler	0, 916.

Von den flüßigen Körpern, die aus einem gefüllten Gefäße durch kleine Oeffnungen hervorspringen.

§. 219.

Erfahrungen. I. Wenn an einem etwa 4 Schuhe hohen Cylinder (Fig. XIX.) unten eine Oeffnung mittels einer beweglichen Nuße seitwärts in e so angebracht wird, daß man dieser Oeffnung alle möglichen Richtungen geben kann; wird das Wasser aus dem gefüllten Cylinder nach der Richtung, die der Oeffnung gegeben worden, hervorspringen.

II. In dem Cylindrischen Gefäße ABCD (Fig. XVII.) wenn der untere Theil bis vopl mit **schwarzen** Wasser gefüllt wird, und alsdenn über dieß ein **helles** Wasser durch eine ganz kleine Oeffnung durch den Hahn e ganz sanft hineinfließt; wird nach und nach das Gefäß bis cd, und zwar der Raum vcdl mit hellem, der untere aber bis vl mit schwarzem Wasser gefüllet werden. Nimmt man den Hahn e hin-

weg

weg, so läuft das Wasser sowohl aus dem kleinern Cylinder ab, als aus dem größern Gefäße ABCD heraus.

* In dieser Erfahrung ist zu bemerken,

1.) Daß das schwarze Wasser auch beym Ablaufen nicht mit dem hellen in dem Gefäße ABCD vermischt werde;

2.) Doch zugleich mit ihm durch die Oeffnung op ausfließe, ob es gleich in einer kleinern Höhe, als die Oeffnung selbst steht,

3.) und endlich daß, nachdem sich das Wasser bis zur Oeffnung ausgegossen, ein ziemlicher Theil von dem Raume ylCD mit hellem Wasser ober dem schwarzen erfüllet werde.

§. 220.

Folgesätze. I. Der flüßige Körper, der durch eine kleine Oeffnung herausgedruckt wird, wird nach der Richtung eben dieser Oeffnung bewegt (§. vorg. I.). Denn seine Theile werden, in jeder Höhe, nach allen Richtungen gedruckt; mithin auch nach jener der Oeffnung.

II. Wenn der Durchmesser der Oeffnung zu jenem des Gefäßes ein ganz kleines Verhältniß hat; wird nicht nur das Wassersäulchen, das unmittelbar ober der Oeffnung steht, sondern auch das Wasser von allen Seiten her ausfließen. Denn es werden alle Theile nach jeder Richtung gedrückt; mithin müssen alle gegen die Oeffnung bewegt werden, und durch diese ausfließen (§. vorg. II. 2.).

III. **Auch auf die wirklich ausfliessenden Theile ist der Druck wie die Höhe** (§. 201.). Denn nur alsdenn muß die Wirkung auf einen bewegten kleiner als auf einen ruhenden Körper seyn, wenn die Bewegung und Wirkung einerley Richtung haben. Nun aber dieß ist nicht möglich; weil beym Ausfließen die Wassertheilchen von allen Seiten her und so gar auswärts gegen die Oeffnung bewegt werden.

IV. **Der Druck bleibt einerley**, die Oeffnung mag größer oder kleiner seyn, wenn nur ihr Verhältniß gegen das Gefäß sehr gering ist. 2.) **Eben dieß gilt von der Geschwindigkeit.**

§. 221.

Die Geschwindigkeit des durch die Oeffnung hervorbrechenden Wassers ist wie die Masse. Die Masse können wir oder als einen Cylinder, wenn die Oeffnung rund ist, oder als ein Prisma, oder als einen andern gleichförmigen Körper nach Art der Figur, die der Oeffnung zukömmt, denken. Die Masse ist also allzeit, weil doch die Oeffnung dieses Gefäßes die nämliche bleibt, wie die Länge dieses Cylinders u. s. w. Nun die Geschwindigkeit verhält sich eben wie diese Länge, weil sie in gleichen Zeiten allemal wie der durchgeloffene Raum ist. Mithin ist $C : c = M : m$.

I. Wenn ähnliche Oeffnungen, die doch immer ein kleines Verhältniß zum Durchmesser des Gefäßes haben müssen, ungleich sind; **verhalten sich die Massen, die in gleicher Zeit mit gleicher Geschwindigkeit hinausgedruckt werden, wie die Quadrate ähnlicher Seiten** $D^2 : d^2$.

II. Sind

II. Sind aber sowohl die Oeffnungen, als die Geschwindigkeit gleich; so verhält sich die Masse wie die Zeit M : m = T : t. Denn die Massen sind wie die Räume, die das Wasser durchläuft, und die Räume wie die Zeiten.

III. Zusammengerechnet ist also $M : m = CD^2T : cd^2t$.

IV. Weil denn $M : m = CT : ct$; so muß, wenn $M = m$ ist, $CT = ct$, mithin $C : c = t : T$ seyn.

§. 222.

Versuche. Ich ließ einen blechernen Cylinder (Fig. XIX.) ABCD, im Durchschnitte 2 Zoll und 8 Linien, mit Wasser füllen, und oben bey AB eine flache Schüssel anmachen, durch welche das Wasser sanft in den Cylinder floß, und ihn auch bey dem Ausfließen voll erhielt. Nun an diesen Cylinder brachte ich

1.) in der Höhe = 9 Zoll eine kleine Oeffnung in f an, welche im Durchschnitte 1 Linie hatte, und durch diese Oeffnung fieng ich das Wasser in einem Gefäße auf, das $18\frac{1}{2}$ Cubikzoll faßte; dieß Gefäß ward in einer Zeit von 46″ gefüllt, da das Wasser im Cylinder immer von gleicher Höhe = 9 Zoll war.

2.) Alsdenn brachte ich eine Oeffnung, die im Durchschnitte abermal 1‴ hatte, in der Höhe = 3 Schuhe in e an; und das Gefäß von $18\frac{1}{2}$ Cubickzoll ward in einer Zeit = 23″ gefüllt.

3.) Eben so, da ich das Wasser in der Höhe = 9 Zoll und hernach in der Höhe = 3 Schuhe durch die nämliche Oeffnung laufen ließ; ward das Gefäß in der Höhe = 9 Zoll innerhalb 26″ einmal, in der Höhe = 3 Schuhe aber zweymal gefüllt.

§. 223.

I. Wenn ich also die Höhe A und a, die Zeit, in welcher gleiche Masse ausfließt, T und t nenne;

$$\text{so ist } A : a = 3' : 9''$$
$$= 4 : 1 \text{ (Fig. XIX.)}$$
$$\sqrt{A} : \sqrt{a} = 2 : 1.$$
$$\text{Nun aber } T : t = 23 : 46 \text{ (§. vorg. 1. 2.)}$$
$$= 1 : 2$$
$$= \sqrt{a} : \sqrt{A}.$$

II. Weil $C : c = t : T$, (§. 221. IV.); ist $C : c = \sqrt{A} : \sqrt{a}$.

III. Und weil ferner $C : c = M : m$ (§. 221.); ist auch $M : m = \sqrt{A} : \sqrt{a}$.

IV. Wenn ich also in der vorigen Proportion

$$M : m = CD^2T : cd^2t \text{ (§. 221. III.)}$$

statt der Geschwindigkeiten die Wurzelhöhen ansetze, wird

$$M : m = D^2T\sqrt{A} : d^2t\sqrt{a}$$

die Quantität der ausfließenden Massen ausdrücken.

* Daß $C : c = \sqrt{A} : \sqrt{a}$ seyn müsse, beweiset die Erfahrung. Allein wo liegt der hinlängliche Grund dieser Erfahrung? — Meine Vorstellung ist diese:

Wenn ein Theil, der mittels des Druckes durch die Oeffnung hervorspringt, wirklich durch die Höhe, welche mit dem Drucke im Verhältnisse stünde, gefallen wäre; müßte $C = \sqrt{A}$ seyn (§. 138. IV.). Mithin muß auch dieß eben so durch den Druck geschehen; denn gleichwie in jedem Theile der Höhe ein neuer Grad von Geschwindigkeit erhalten wird, so wächst auch der Druck mit der Höhe.

P. Georg Kratz zeigte durch Versuche, und analitische Bestimmungen, daß sich die Geschwindigkeiten in verschiedenen Höhen genau unter sich verhalten, wie ihre Wurzelhöhen; hingegen die Geschwindigkeit in einer her-

vor=

vorspringenden Wasserader nur dort der Wurzelhöhe vollkommen gleich werde, wo sie kleiner und zusammengezogener erscheint (vena contracta); und dieß geschieht erst in einer Entfernung von der Oeffnung. Siehe die Abhandlung Principia Hydraulica P. Georgii Kraz S. J. edita a P. Joanne Kerschbaumer Ingolstadii 1770.

** Warum Bellidors Beweis in diesem Punkte unrichtig sey; wird in den Vorlesungen erkläret werden.

*** Letztlich kann man ohne Gefahr eines beträchtlichen Fehlers die Höhe von dem Mittelpunkte oder Oeffnung berechnen. Man könnte zwar genau bestimmen, von welchem Punkte an eigentlich die Höhe müßte betrachtet werden; allein es scheint mir, bey Anfängern die Mühe nicht zu belohnen.

Von der Wellebewegung
de motu undulatorio.

§. 224.

Jene Bewegung, durch welche ein Theil Wasser über die Oberfläche des Uebrigen wechselweise erhöhet, und unter diese erniedrigt wird, nenne ich eine **Wellebewegung**. Die Höhe, welche das Wasser ober der Fläche bekömmt, heißt **Wellehöhe**, und jede mit der übrigen Wasserfläche parallele Linie, die den Raum der Welle nach der Breite, oder nach der Länge ausmißt, wird **Wellebreite**, und **Wellänge** genennt.

* Von dieser Bewegung werde ich nur so viel untersuchen, als ich nach der Hand brauchen werde, in den folgenden Theilen der Physik verschiedene Erschei-

nungen

tungen zu erklären. Die Sache deutlicher zu machen, werde ich mich zweyer mittheilender Cylinder mit Newton bedienen.

§. 225.

Wenn zween mittheilende Cylinder (Fig. XX.) vom gleichen Durchmesser, A und B, mit Wasser bis d und g gefüllt sind, und das Wasser durch eine äußere Gewalt bis e hinuntergedruckt, und hiedurch in dem Cylinder B bis f erhöhet wird, so muß, alsbald diese Gewalt zu wirken aufgehört, 1.) **eine schwingungsförmige Bewegung entstehen, 2.) in der sich die Schwingungen zu gleichen Zeiten endigen.** Denn das Wasser kann in dem Rohre A nicht bis e hinuntergedruckt werden, wenn es nicht in B bis f hinaufsteigen würde, und wegen der Differenz in der Höhe = fh eine gleiche Differenz im Drucke entstünde. Mithin kann das Wasser wegen anhaltender Differenz des Druckes nicht ruhen, sondern muß wenigst so lange in B sinken, und in A aufsteigen, bis die Höhe in d und g gleich wird. Aber auch in diesem Falle bleibt die Ruhe unmöglich; denn durch die ganze Zeit des Herabfallens hält die **Differenz** an, und macht eine **beschleunigte Bewegung.** Es muß also das Wasser in d und g die größte Geschwindigkeit erreichen, welche hinlänglich ist, das Wasser in einem Rohre nach Maaße, als es im andern gefallen, wieder zu erhöhen. Erhält das Wasser auf diese Art die Höhe c im Rohre A, muß es aus gleicher Ursach in A sinken, und sich in B erhöhen, d. i. **in eine schwingungsförmige Bewegung** versetzet werden. 2.) **Diese Schwingungen sind gleichzeitig.** Denn weil sich die Differenz der Höhe allemal wie der Raum, den das Wasser durchläuft, verhalten

muß

muß, so ist auch die Ursache der Bewegung der Druck wie der Raum. Kürzer: $A:a = V:v$

$$= S:s$$

Mithin wird $V:v = S:s$

und $Vs = vS$. Es ist aber auch

$$T:t = \frac{S}{C} : \frac{s}{c} \quad (\text{§. } 136.)$$

$$V:v = C : c \quad (\text{§. näml.})$$

mithin $T:t = \frac{S}{V} : \frac{s}{v}$

$$= Sv : sV$$

Da nun $Sv = sV$, ist auch

$$T = t.$$

§. 226.

Folgesätze. I. Wenn auch in einem offenen Wasser ein Theil der Oberfläche durch eine Gewalt gedrückt wird, muß sich ringsherum eine Welle erhöhen. Denn das gedruckte Wasser läßt sich nimmer so leicht zusammen drucken; mithin muß es weichen, und im Weichen findet es nur in der Höhe keinen Widerstand.

II. Je stärker die äußere Gewalt auf das Wasser wirkt, desto höher und breiter muß die Welle werden. Denn die Menge des weichenden Wassers hängt von der Größe der äußern Kraft ab, und bestimmet hinwieder die Größe der Welle.

III. Aus der ersten Welle entsteht die zweyte, und aus dieser die dritte u. s. w. Denn das zuvor erhöhte und nun sinkende Wasser drückt und erhöht ein anders. Mithin müssen die Wellen von dem Orte der ersten Gewalt nach allen Richtungen fortgehen.

IV. Ist die erste Welle in einem Zirkel entstanden, erhält auch die zweyte eben diese Figur, doch mit dem Ausnahme, daß ihre Peripherie wachse, wie der Radius oder die Entfernung von dem Orte des ersten Druckes auf das Wasser 2.) Ist die erste Entfernung eben nicht zirkelförmig, sondern Oval, oder von einer andern Figur, wird es auch die zweyte seyn. 3.) Wirkt die Gewalt unter einem gar kleinen Winkel auf das Wasser; kann nimmer eine zirkelförmige Bewegung entstehn, weil schon der erste Druck des Wassers nach der Länge geschieht.

V. Die Höhe der Wellen nimmt immer ab, je entfernter sie von dem Orte der ersten Entstehung sind, oder was eines ist, je größer ihre Peripherien werden. Denn die zuerhöhende Masse wird immer größer, weil die Peripherie mit der Entfernung wächst.

* Allein nicht nur die Peripherie, selbst die Breite der Wellen wächst mit der Entfernung. Denn weil die Geschwindigkeit anfangs die Größte ist, kann sie in den ersten Wellen nicht so vielen Theilen der Breite nach mitgetheilet werden. Die Geschwindigkeit ist ja mit der Zeit im verkehrten Verhältnisse; mithin ist diese anfangs sehr klein, und die Welle wird eher erhöhet, als die Geschwindigkeit den entferntern Theilen kann mitgetheilet werden. Wächst aber die Masse mit der Peripherie; wird die Geschwindigkeit gemindert, und eben darum mehrern Theilen mitgetheilt.

VI. Mithin (V.) müssen die Wellen endlich vollkommen aufhören; ob sie gleich rings-

herum

herum auf der Oberfläche des Wassers, so lange noch eine Kraft übrig ist, fortgesetzt werden.

* Hingegen würden die Schwingungen in den mittheilenden Cylindern (§. 225.) niemal aufhören, wenn nicht das Reiben an den Wänden die Schwingkraft hemmte.

VII. Auch diese abwechselnde Erhöhung und Erniedrigung geschieht in gleichen Zeiten; weil auch in dem offnen Wasser, wie in den Cylindern, $V : v = S : s$ und in Absicht auf die Zeit vollkommne Gleichheit ist (§. 225.).

§. 227.

Beobachtungen und Versuche.

I. Wenn in ein ruhendes Wasser mehrere Regentropfen oder zugleich, oder bald nacheinander sanft hinfallen; entstehen in der Oberfläche zirkelförmige Wellen.

II. Diese Wellen schneiden sich ganz ordentlich ohne sich zu verwirren.

III. Beydes erfolgt auch, wenn auf ein ruhiges Wasser mehrere Körper zugleich hingeworfen werden.

§. 228.

I. In diesen Beobachtungen und Versuchen gehören die auffallenden Tropfen und die hingeworfenen Körperchen zur äußern Gewalt (§. 225.).

II. Es entsteht in einer Welle eine neue nach einer andern Richtung; wenn eine äußere Kraft auf das Wasser zugleich an mehrern Orten in nicht zu großen Entfernungen gewirkt.

§. 229.

Wenn mehrere Wellen auf der nämlichen Oberfläche in verschiedenen Orten entspringen; werden sie sich ohne Ver-

wir

wirrung ganz ordentlich durchkreuzen. Denn ein wechselndes Vertiefen und Erhöhen ist auch in dem schon erhöhten oder vertieften Wasser nothwendig, alsbald die hinlängliche Ursache vorhanden ist. Sie kömmt zum Vorschein, wenn eine Welle von einer andern Richtung her auf die vorige wirkt; dieses Wirken geht in den erhöhten und gesunkenen Theilen eben so wie auf der ebnen Fläche vor; mithin kann nimmer eine Verwirrung entstehen.

* Wenn Körperchen oder zu viel oder zu geschwind nacheinander auffallen; scheint es dem Auge, daß Verwirrung entstehe. Allein diese Trügidee rührt nur von dem Unvermögen her, alle zirkelförmige Bewegungen einzeln übersehen zu können.

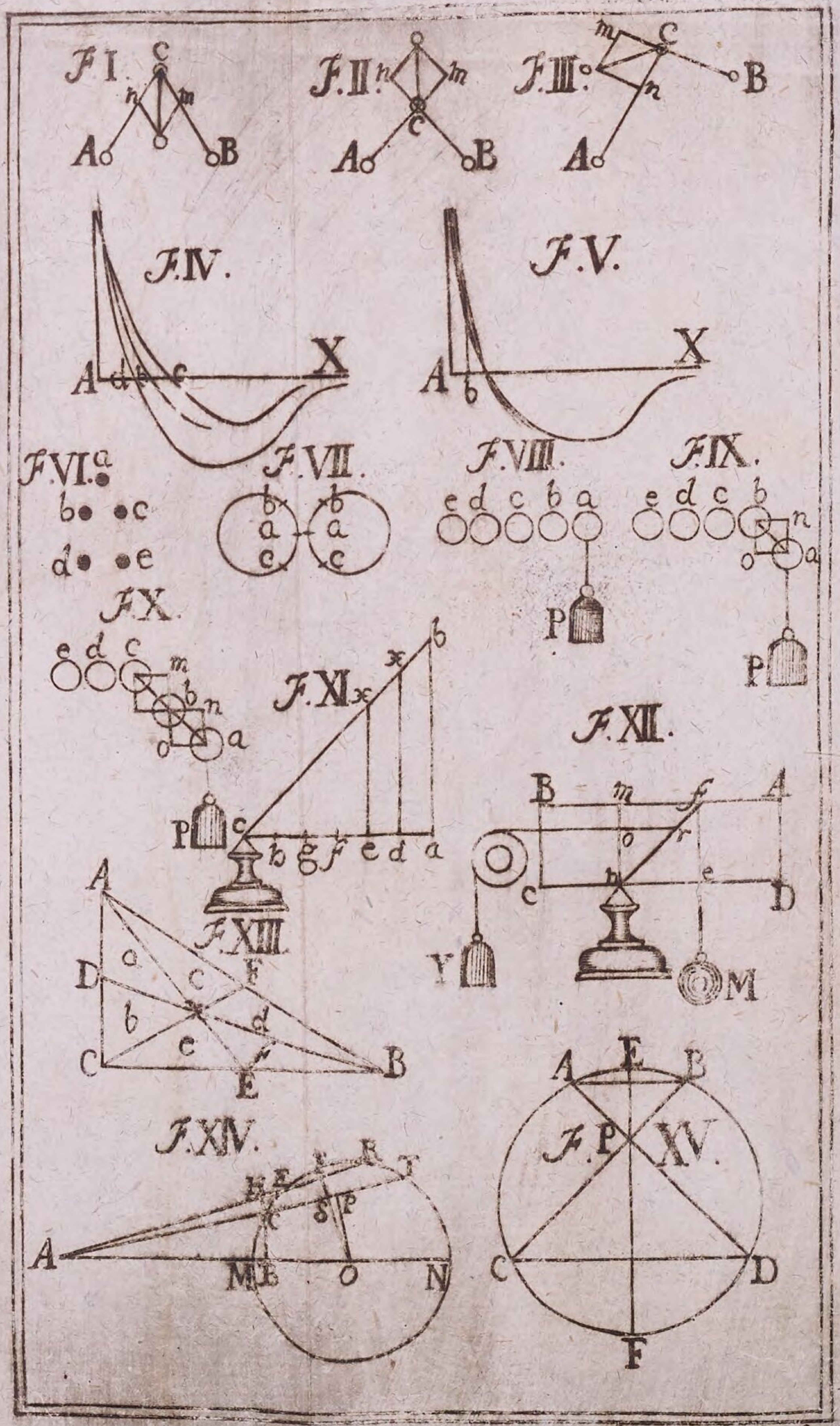
§. 230.

Ist das Wasser, in dem diese Wellen rege werden, schon zuvor in Bewegung; müssen die Wellen nach der Richtung dieser Bewegung weiter ausgedehnet werden. Denn nach dieser Richtung wird das von sich erhöhte oder vertiefte Wasser durch die gemeinschaftliche Bewegung mit fortgeführt, nach der entgegengesetzten Richtung aber zurückgehalten und abwärts getrieben. Mithin muß die Welle nach der günstigen Richtung ausgedehnt, nach der widrigen gehemmet werden.

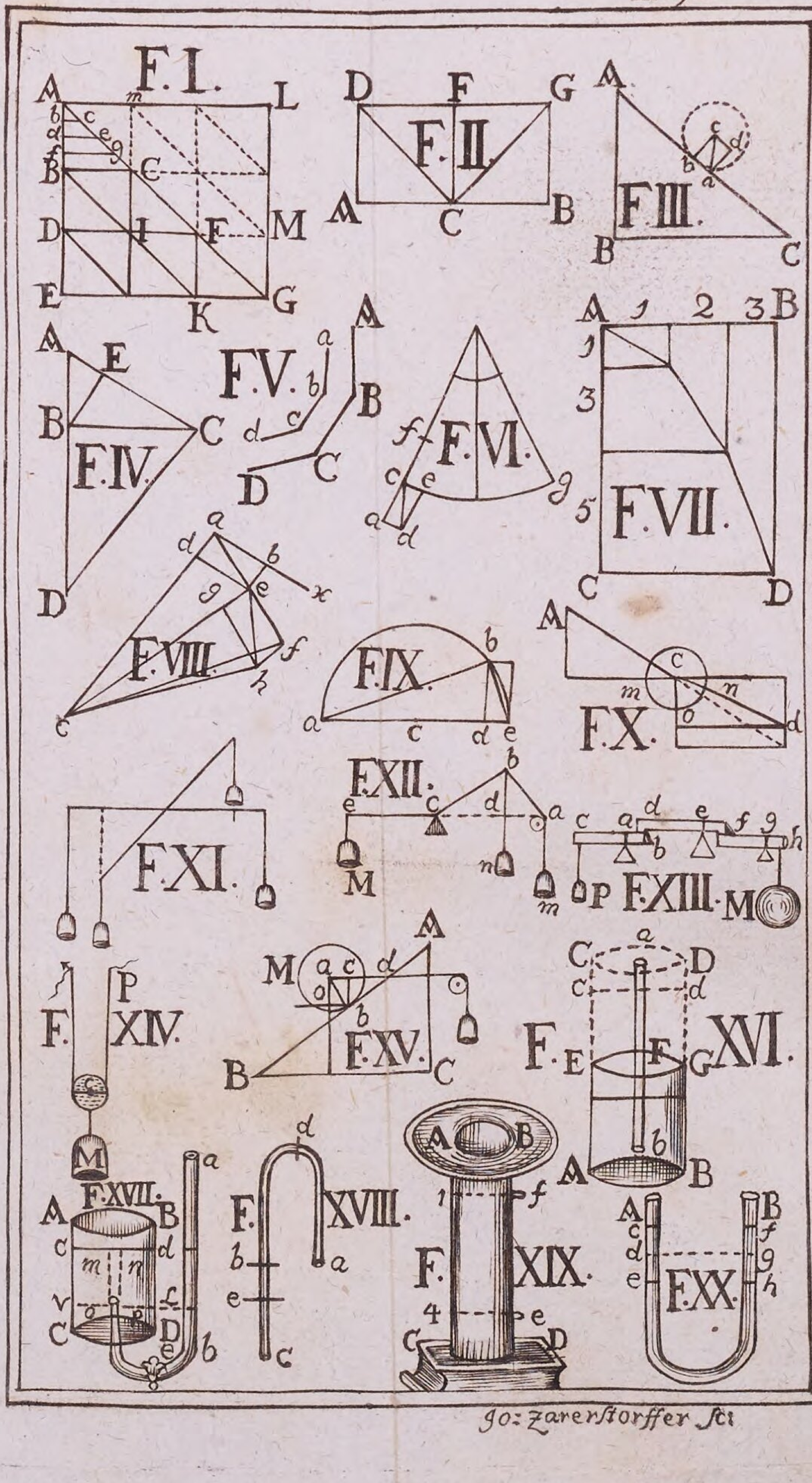
I. Nur in stillen ruhigen Wässern können also zirkelförmige Wellen entstehen.

II. In stark bewegten oder gar fließenden Wässern muß das Regelmäßige der Figur eine Abänderung leiden.

* Von der Wellenbewegung könnte ich freylich noch vieles sagen; allein wenn ich der Absicht, ein Elementarbuch zu schreiben, getreu bleiben will, mußte ich mich mit den Hauptsätzen begnügen, und zugleich auf den Nutzen und die Faßlichkeit meiner Schüler sehen.



Sc. J. Zarerstorfer Ingolstadt



Jo: Zarerstorffer sc.

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Gabler, Matthias

Matthias Gablers der Gottesgelehrtheit, und Weltweisheit Doktors ...
Naturlehre Zum Gebrauche öffentlicher Erklärungen

Bd.: 2

München 1778

Passau, Staatliche Bibliothek -- S nv/GL 37-1/4
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11341058-2
VD18 15450341-001